

Метода променљивих околина за решавање проблема р-центра са поузданом мрежом

Јована Рађеновић, Стефан Мишковић, Оливера Станчић



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Метода променљивих околина за решавање проблема р-центра са поузданом мрежом | Јована Рађеновић, Стефан Мишковић, Оливера Станчић | 50. Међународни симпозијум о операционим истраживањима SYM-OP-IS, Тара, Србија, 18-21.9.2023 | 2023 | |

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0008610>



МИНИСТАРСТВО ОДБРАНЕ
И ВОЈСКА СРБИЈЕ

ЗБОРНИК РАДОВА

SYM-OP-IS 2023

Тара, 18–21. 9. 2023.



50.
СИМПОЗИЈУМ
О ОПЕРАЦИОНИМ
ИСТРАЖИВАЊИМА

SYM-OP-IS 2023

Уредници:

Дејан Стојковић, Далибор Петровић, Срђан Димић



МЕДИЈА ЦЕНТАР
ОДБРАНА

ЗБОРНИК РАДОВА
SYM-OP-IS 2023

Издавач
Медија центар „Одбрана”

Библиотека „Војна књига”
Књига број 2588
Едиција *Зборници*

За издавача
Директор
Биљана Пашић, пуковник

Начелник Одељења за издавачку
делатност – Редакција „Војна књига”
Горан Јањић, дипл. инж.

Ликовно-графички уредник
Марија Марић

Тираж 50 примерака

Штампа
Војна штампарија, Београд

Copyright © Медија центар „Одбрана”, 2023.

ISBN 978-86-335-0836-0

50. симпозијум о операционим истраживањима

ЗБОРНИК РАДОВА

SYM-OP-IS 2023

Тара, 18–21. септембар 2023.

Уредници:
Дејан Стојковић
Далибор Петровић
Срђан Димић

Београд, 2023.

ОРГАНИЗАТОРИ:



**Министарство одбране Републике Србије и
Војска Србије**



**Висока грађевинско-геодетска школа
струковних студија, Београд**



Економски факултет, Београд



Економски институт, Београд



Институт „Михајло Пупин””, Београд



Математички Институт САНУ, Београд



Математички факултет, Београд



Рударско-геолошки факултет, Београд



Саобраћајни факултет, Београд



Технички факултет у Новом Саду



Факултет организационих наука, Београд

ПРОГРАМСКИ ОДБОР

Др Петровић Далибор, председник, Министарство одбране
Др Алексић Вуле, Висока грађевинско-геодетска школа, Београд
Др Банковић Радоје, Војногеографски институт, Београд
Др Чангаловић Мирјана, Факултет организационих наука, Београд
Др Ћировић Горан, Факултет техничких наука, Нови Сад
Др Давидовић Татјана, Математички институт САНУ, Београд
Др Димитријевић Бранка, Саобраћајни факултет, Београд
Др Дражић Милан, Математички факултет, Београд
Др Ђоровић Бобан, Универзитет одбране, Београд
Др Дугошија Ђорђе, Универзитет у Новом Пазару
Др Јанковић Ирена, Економски факултет, Београд
Др Кочовић Јелена, Економски факултет, Београд
Др Ковачевић Вујчић Вера, Факултет организационих наука, Београд
Др Кратица Јозеф, Математички институт САНУ, Београд
Др Кутлача Ђуро, Институт Михајло Пупин
Др Кузмановић Марија, Факултет организационих наука, Београд
Др Макајић Николић Драгана, Факултет организационих наука, Београд
Др Мартић Милан, Факултет организационих наука, Београд
Др Миљановић Игор, Рударско-геолошки факултет, Београд
Др Младеновић Зорица, Економски факултет, Београд
Др Мученски Владимир, Факултет техничких наука, Нови Сад
Др Нетјасов Феђа, Саобраћајни факултет, Београд
Др Николић Драган, Висока грађевинско-геодетска школа, Београд
Др Петровић Наташа, Факултет организационих наука, Београд
Др Петровић Славица, Економски факултет, Крагујевац
Др Пешко Игор, Факултет техничких наука, Нови Сад
Др Праштало Жељко, Рударски институт, Београд
Др Прерадовић Љубиша, Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет, Универзитет у Бањој Луци
Др Радојевић Драган, Институт Михајло Пупин, Београд
Др Савић Александар, Математички факултет, Београд
Др Савић Гордана, Факултет организационих наука, Београд
Др Шелмић Милица, Саобраћајни факултет, Београд
Др Сорак Милош, Технолошки факултет, Бања Лука
Др Станимировић Зорица, Математички факултет, Београд
Др Станић Станко, Економски факултет, Бања Лука
Др Станојевић Милан, Факултет организационих наука, Београд
Др Станојевић Милорад, Саобраћајни факултет, Београд

Др Старчевић Душан, Факултет организационих наука, Београд
Др Стаменковић Младен, Економски факултет, Београд
Др Стојковић Дејан, Министарство одбране
Др Сукновић Милија, Факултет организационих наука, Београд
Др Урошевић Драган, Математички институт САНУ, Београд
Др Видовић Милорад, Саобраћајни факултет, Београд
Др Вујошевић Мирко, Факултет организационих наука, Београд
Dr Aloise Daniel, Natal University, Brazil
Dr Artiba Abdelhakim, University of Valencia, France
Dr Carrizosa Emilio, University of Sevilla, Spain
Dr Duarte Abraham, Universidad Rey Juan Carlos, Spain
Dr Eremeev Anton, Omsk State University, Russia
Dr Escudero Laureano, Universidad Miguel Hernández, Spain
Dr Hanafi Saïd, University of Valenciennes, France
Dr Hudec Miroslav, University of Economics, Bratislava, Slovakia
Dr Kochetov Yuri, Novosibirsk, Russia
Dr Labbé Martine, Free university of Brussels, Belgium
Dr Melián Batista Belén, University La Laguna, Spain
Dr Migdalas Athanasios, Aristotle University of Thessaloniki, Greece
Dr Moreno-Perez José A., University of La Laguna, Spain
Dr Papageorgiou Markos, Technical University of Crete, Greece
Dr Raidl Ginter, Vienna University of Technology, Austria
Dr Salhi Said, University of Kent, United Kingdom
Dr Sevaux Marc, University of Southern Brittany, France
Dr Sifaleras Angelo, University of Macedonia, Greece
Dr Sörensen Kenneth, University of Antwerp, Belgium

ПОЧАСНИ ПРОГРАМСКИ ОДБОР

Др Андрејић Марко, Војна академија, Универзитет одбране, Београд
Др Бацковић Марко, Економски факултет, Београд
Др Батановић Владан, Институт Михајло Пупин, Београд
Др Боровић Сениша, Факултет за дипломатију и безбедност, АИНС, Београд
Др Чабаркапа Обрад, Министарство одбране, Београд
Др Цветковић Драгош, Математички институт САНУ, Београд
Др Ђорђевић Бранислав, Грађевински факултет, Београд
Др Губеринић Слободан, Институт Михајло Пупин, Београд
Др Илић Александар, Министарство одбране, Београд
Др Ковач Митар, Министарство одбране, Београд
Др Месарош Каталин, Економски факултет, Суботица
Др Михаљевић Миодраг, Математички институт САНУ, Београд
Др Миловановић Градимир, Математички институт САНУ, Београд
Др Мучибабић Спасоје, Министарство одбране, Београд
Др Огњановић Зоран, Математички институт САНУ, Београд
Др Оприцовић Серафим, Грађевински факултет, Београд
Др Пап Ендре, Универзитет Сингидунум, Београд
Др Ракић Милан, Институт Михајло Пупин, Београд
Др Вујић Слободан, Рударски институт, Београд
Др Вулета Јово, Економски факултет, Београд
Др Зечевић Томислав, Економски факултет, Београд

ОРГАНИЗАЦИОНИ ОДБОР

пуковник Владимир Грбић, председник, Министарство одбране
потпуковник др Срђан Димић, секретар, Министарство одбране
пуковник др Лука Злопорубовић, Министарство одбране
пуковник др Дејан Ђорђевић, Војска Србије
потпуковник Александар Панић, Војска Србије
потпуковник Благота Вуковић, Министарство одбране
капетан фрегате Саша Николић, Министарство одбране
војни службеник Радојка Мићовић, Министарство одбране

НОСИОЦИ ПОВЕЉЕ SYM-OP-IS-a
за заслуге у развоју операционих истраживања

Божидар Краут (1983)
Алојзиј Ваднал (1983)
Драгослав Марковић (1983)
Бранислав Ивановић (1984)
Љубомир Мартић (1984)
Радивој Петровић (1984)
Јован Петрић (1988)
Сањо Злобец (1990)
Радослав Станојевић (1991)
Светозар Вукадиновић (1993)
Слободан Крчевинац (1993)
Слободан Губеринић (1993)
Јово Вулета (1993)
Вера Ковачевић-Вујчић (1998)
Душан Теодоровић (1998)
Властимир Матејић (2000)
Мирко Вујошевић (2000)
Синиша Боровић (2001)
Томислав Зечевић (2001)
Слободан Вујић (2003)
Драган Радојевић (2006)
Мирјана Чангаловић (2010)
Ненад Младеновић (2010)
Спасоје Мучибабић (2010)
Милан Мартић (2012)
Драгош Цветковић (2013)
Горан Ћировић (2017)
Ђорђе Дугошија (2017)
Милорад Видовић (2019)
Драган Урошевић (2021)
Татјана Давидовић (2023)



МЕТОДА ПРОМЕНЉИВИХ ОКОЛИНА ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА P-ЦЕНТРА СА ПОУЗДАНОМ МРЕЖОМ

VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH FOR THE RELIABLE P-CENTER FACILITY LOCATION PROBLEM

ЈОВАНА РАЂЕНОВИЋ¹, СТЕФАН МИШКОВИЋ², ОЛИВЕРА СТАНЧИЋ³

¹ Рударско-геолошки факултет, Ђушина 7, Београд, Србија, jovana.radjenovic@rgf.bg.ac.rs

² Математички факултет, Студентски трг 16, Београд, Србија, stefan.miskovic@matf.bg.ac.rs

³ Економски факултет, Лицеја Кнежевине Србије 3, Крагујевац, Србија, olivera.stancic@kg.ac.rs

Резиме: У овом раду је разматран проблем p -центра са поузданом мрежом (енгл. *Reliable p -center facility location problem – RpCFLP*). Решавање проблема подразумева иницијално успостављање p ресурса и алокације корисника, као и накнадну реалокацију корисника у складу са новонасталим сценаријима који садрже информације о онеспособљеним ресурсима и осталим измењеним улазним подацима. За решавање посматраног проблема предложена је метахеуристика заснована на итеративној варијанти основне методе променљивих околина (енгл. *Iterated basic variable neighborhood search – IBVNS*). Резултати тестирања предложене метахеуристике указују на њену ефикасност у погледу квалитета решења и брзине извршавања у односу на постојеће резултате из литературе.

Кључне речи: *Проблем p -центра, Робусна оптимизација, Метода променљивих околина*

Abstract: In this paper, the problem of the reliable p -center facility location problem (RpCFLP) is considered. Solving the problem involves initially establishing p resources and allocating users, as well as subsequent user reallocation according to emerging scenarios that include information about disabled resources and other modified input data. To solve the observed problem, a metaheuristic based on the Iterated Basic Variable Neighborhood Search (IBVNS) is proposed. The test results of the proposed metaheuristic indicate its efficiency in terms of solution quality and execution speed compared to existing results in the literature.

Keywords: *p -center problem, Robust optimization, Variable neighborhood search*

1. УВОД

Проблеми P центра представљају класу локацијских проблема чији је циљ успостављање тачно P ресурса и алоцирање корисника успостављеним ресурсима, тако да се минимизује максимално корисник-ресурс растојање. У пракси, ови проблеми налазе примену у ситуацијама у којима се сваки корисник сматра подједнако битним, као што је случај при лоцирању ресурса хитних служби (болница, полицијских станица, ватрогасних станица...). Одабир локација за успостављање ресурса представља дугорочну стратегијску одлуку. Може се десити да неки од ресурса који су успостављени, у случају природних катастрофа, протеста, терористичких напада и сличних ванредних ситуација, буду онеспособљени за употребу. Замена или оправка ових ресурса би изискивала велика новчана средства и пуно утрошеног времена. Стога би у фази моделирања и решавања многих локацијских проблема било пожељно узети у обзир овакве ситуације и направити поуздану мрежу ресурса и корисника. Односно, успоставити ресурсе и повезати их са корисницима, тако да и уз измене (онеспособљавање ресурса, промена у растојањима или захтевима корисника, као и другим улазним подацима), мрежа остане ефикасна.

У овом раду је разматран проблем p -центра са поузданом мрежом (енгл. *Reliable p-center facility location problem – RpCFLP*). Решавање проблема подразумева иницијално успостављање p ресурса и алокацију корисника, као и накнадну реалокацију корисника у складу са новонасталим сценаријима који садрже информације о онеспособљеним ресурсима и осталим измењеним улазним подацима.

Имајући у виду сложеност разматраног проблема и резултате добијене егзактним решавачем CPLEX 20.1.0 на инстанцама различитих димензија, може се закључити да егзактне методе не дају решења за инстанце проблема већих димензија (инстанце са 100 и више корисника и произвољним бројем сценарија, као и инстанце са више од 30 корисника које укључују преко 100 сценарија) услед меморијског или временског ограничења. Из тог разлога, предложена је метахеуристика за његово решавање, заснована на итеративној варијанти основне методе променљивих околина (енгл. *Iterated basic variable neighborhood search – IBVNS*), која у кратком времену извршавања обезбеђује квалитетна решења проблема. У оквиру овог рада приказани су упоредни резултати три егзактне методе из литературе, CPLEX решавача и IBVNS имплементације, за инстанце које садрже до 30 корисника и до 200 сценарија.

2. МАТЕМАТИЧКА ФОРМУЛАЦИЈА

У овом раду представљена је математичка формулација RpCFLP, предложена у [4], која користи следеће параметре:

- I – скуп корисника;
- J – скуп потенцијалних локација ресурса;
- K – скуп сценарија;
- p – број ресурса које треба успоставити;
- c_{ij} – растојање од корисника $i \in I$ до ресурса $j \in J$, пре поремећаја;
- d_i – захтеви/потражња корисника $i \in I$, пре поремећаја;
- $c_{ij}^k(k)$ – растојање од корисника $i \in I$ до ресурса $j \in J$, у сценарију $k \in K$;
- $d_i^k(k)$ – захтеви/потражња корисника $i \in I$, у сценарију $k \in K$;
- $a_j(k)$ – доступност потенцијалне локације ресурса $j \in J$ у сценарију $k \in K$, тј. $a_j(k) = 1$, ако је локација $j \in J$ недоступна у сценарију $k \in K$, а $a_j(k) = 0$ иначе. Претпоставка

$$\sum_{j \in J} a_j(k) < p$$

је да важи

као и следеће скупове променљивих:

- Бинарна променљива y_j добија вредност 1 уколико је ресурс j успостављен, а 0 иначе;
- Бинарна променљива x_{ij} добија вредност 1 уколико је корисник i додељен ресурсу j (пре поремећаја), а 0 иначе;
- Бинарна променљива w_{ijk} узима вредност 1 уколико је корисник i додељен ресурсу j у сценарију k , а 0 иначе.

Променљива x_{ij} односи се на алокацију корисника у периоду у ком још није дошло до онеспособљења одређених ресурса, док се променљива w_{ijk} односи на реалокације у оквиру сценарија поремећаја. Користећи претходну нотацију, RpCFLP се може формулисати као у [4], на следећи начин:

$$\min_{x,y} \alpha_1 L_1 + \alpha_2 Q(y) \tag{1}$$

при условима:

$$L_1 \geq \sum_{j \in J} c_{ij} d_i x_{ij} \quad \forall i \in I, \tag{2}$$

$$\sum_j y_j = p, \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I, \quad (5)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (6)$$

где је $Q(y)$ дефинисано кроз други степен модела:

$$Q(y) = \max_{k \in K} \min_{w_k} L_2(k) \quad (7)$$

при условима:

$$L_2(k) \geq \sum_{j \in J} c_{ij}^2(k) d_i^2(k) w_{ijk} \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$w_{ijk} \leq y_j \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (9)$$

$$w_{ijk} \leq 1 - a_j(k) \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (10)$$

$$\sum_{i \in I} w_{ijk} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (11)$$

$$w_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (12)$$

Функција циља (1) дефинисана је као тежинска сума максималног растојања између корисника и ресурса у првом степену модела (период пре поремећаја) означеног са L_1 и највећег од максималних растојања из свих сценарија другог степена модела (након што дође до онеспособљења неког ресурса) означеног са $Q(y)$, коју треба минимизовати. Постављање вредности за L_1 на максимално корисник-ресурс растојање у периоду пре поремећаја постиже се условом (2). Услов (3) указује да је успостављено тачно p ресурса. Претпоставка је да важи $p \leq |I|$. Услови (4) и (5) обезбеђују да, у периоду пре поремећаја, корисници буду алоцирани само успостављеним ресурсима, као и да сваки корисник буде услужен од стране тачно једног ресурса, респективно. Типови променљивих x_{ij} и y_j су дефинисани условом (6). У другом степену модела, кроз услов (8) вредност за $L_2(k)$ поставља се на максимално растојање између успостављених ресурса и њима алоцираних корисника у k -том сценарију. Условима (9) и (10) обезбеђује се да корисници буду алоцирани само успостављеним ресурсима који су доступни у k -том сценарију. Услов (11) гарантује да ће сваки корисник, у k -том сценарију, бити услужен од стране тачно једног ресурса. Ограничење (12) указује на бинарну природу променљиве w_{ijk} .

Приказана формулација RpCFLP се, по узору на поступак из [2], може трансформисати у тзв. једностепени модел на следећи начин:

$$\min_{x, y, w_k} \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_{\max} \quad (13)$$

при условима: (2) – (6), (8) – (12) и $L_{\max} \geq L_2(k), \quad \forall k \in K$.

3. МЕТОДА ПРОМЕНЉИВИХ ОКОЛИНА ЗА RPCFLP

Метода променљивих околина (енгл. *Variable Neighborhood Search – VNS*) је метахеуристика коју су 1997. године предложили Младеновић и Хансен у [6], за решавање проблема трговачког путника. Заснована је на идеји систематских промена околина током локалног претраживања и следеће три чињенице: локални минимум у односу на једну околину не мора бити и локални минимум у односу на неку другу околину, глобални минимум је локални минимум у односу на све околине и за већину проблема, локални минимума у односу на различите околине су међусобно блиски. У зависности од тога да ли се наведене три чињенице користе детерминистички, стохастички или комбиновано, у литератури су предложене различите варијанте методе променљивих околина (видети [5]).

У овом раду је предложена итеративна варијанта основне методе променљивих околина (енгл. *Iterated Basic Variable Neighborhood Search – IBVNS*) за решавање RpCFLP. Решење проблема се састоји од бинарног низа x (који садржи информације о успостављеним ресурсима) дужине $|I|$ и целобројног низа *allocations*, дужине $|I|(|K| + 1)$. Уколико l -ти члан низа x има вредност 1, то значи да је l -ти ресурс успостављен. Очигледно, неопходно је да x има тачно P јединица. Низ *allocations* представља низ алокација. Првих $|I|$ чланова низа се односи на алокације пре поремећаја, док се преосталих $|I||K|$ чланова односе на алокације уз сценарије поремећаја. Целобројна вредност на l -тој позицији овог низа, где је $l \leq |I|$, представља индекс ресурса којем је l -ти корисник алоциран, у периоду пре поремећаја, док вредност на $(l + |K|)$ -тој позицији овог низа, $k \in |K|$, представља индекс ресурса којем је алоциран l -ти корисник, у k -том сценарију. У даљем тексту ће се под решењем проблема подразумевати низ x , док ће уређени пар $(x, \text{allocations})$ чинити *комплетно решење*.

Функција циља за решење x има вредност $\alpha_1 \max_o + \alpha_2 \max_{s_r}$, $\max_o = \max_{i \in I} \min_{j \in J} \{c_{ij} d_i | x(i) = 1\}$, $\max_{s_r} = \max\{\max_{1, \dots, |K|}\}$ и $\max_k = \max_{i \in I} \min_{j \in J} \{c_{ij}^k(k) d_i^k(k) | a_j(k) = 0, x(i) = 1\}$. Уколико би се на овај начин рачунале вредности функције циља за свако потенцијално решење проблема, дошло би до понављања великог броја израчунавања. Да би се избегла непотребна понављања и уштедело време извршавања алгорита, предложена је модификација алгорита која користи структуру *saved*. Иницијално, цела структура *saved* је празна. У току решавања проблема, структура се допуњује подацима добијеним за свако ново решење и притом, подаци у структури се не бришу, већ се ажурирају. Прецизније, у оквиру структуре *saved* се за сваког корисника чува вредност растојања до њему најближе успостављеног ресурса у оквиру тренутно разматраног решења и бележи максимална вредност датих растојања, како за период пре поремећаја, тако и за сваки сценарио. Приликом преласка у ново решење одређени број ресурса се ослобађа, али и исто толико нових се успоставља. Уместо да се функција циља рачуна изнова, разматра се најпре да ли новоуспостављени ресурси и ресурси који су ослобођени мењају вредности у структури *saved*. Уколико то јесте случај, одговарајуће вредности се ажурирају и максимуми који фигуришу у функцији циља могу се добити директно из структуре *saved*.

Предложена IBVNS метода започиње претрагу од почетног решења x_0 које се добија тако што се сваки бит поставља на 0 или 1, при чему вероватноћа да бит узме вредност 1 износи 0.25 (ова вредност је одређена прелиминарним тестирањем). Притом се води рачуна да решење садржи тачно P јединица. Уколико садржи мање, решење се по истом принципу допуњује. За тако добијено почетно решење се рачуна вредност функције циља и

истовремено се иницијализује структура *saved*. На почетно решење x_0 примењује се BVNS, чиме се добија ново решење x и врши се ажурирање структуре *saved*. Након тога, над решењем x се итеративно примењују размрдавање, *nbShake* пута, и BVNS. Минимуми и максимуми у оквиру структуре *saved* прате тренутно разматрано решење. Међутим, уколико се у току једне итерације алгоритма не добије решење са мањом вредношћу функције циља у односу на решење од ког је итерација започела, наредна итерација почиње од решења од ког је започела претходна. Из тог разлога, пре уласка у прву итерацију, потребно је сачувати минимуме и максимуме из *saved* у *minsMaxes_{best}*, како би се на крају итерације понишtile начињене измене, уколико је то потребно. Такође се на крају сваке итерације ажурира *minsMaxes_{best}* уколико је нађено боље решење. Фаза размрдавања подразумева замену тренутног решења са произвољно одабраним решењем из неке од околина. Околина $U_k(x), 1 \leq k \leq k_{max}$, представља скуп решења која се добијају од решења x , ослобађањем k ресурса и успостављањем k нових. У случају размрдавања које се одвија ван BVNS-а, решење се увек бира из околине $U_{k_l}(x)$, где k_l представља један од параметара алгоритма. Локална претрага у оквиру BVNS-а функционише по принципу l -тог побољшања. Прецизније, у једној итерацији локалне претраге врши се произвољан одабир l решења из околине $U_l(x)$, решења x . Уколико је пронађено боље решење, x се ажурира. Критеријум заустављања за локалну претрагу представља одсуство бољег решења. Односно, уколико одабиром l решења из $U_l(x)$ није добијено квалитетније решење од x , локална претрага се прекида. У супротном се врши одабир нових l решења у околини новог најбољег решења. Као критеријум заустављања IBVNS-а узето је максимално време извршавања алгоритма.

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

IBVNS метахеуристика за решавање RpCFLP имплементирана је у програмском језику C++. Сва тестирања су извршена под Ubuntu 21.10 оперативним системом, у оквиру Dual Boot система, на рачунару са процесором Ryzen 5 3550H од 2.10 GHz и 8 GB RAM меморије. Експериментални резултати су добијени на инстанцама генерисаним на основу података добијених из [4]. Разматране су инстанце величина $|I| = |J| = \{10, 20, 30\}$ и $|K| = \{5, 10, 20, 50, 100, 150, 200\}$. За све инстанце, вредности IBVNS параметара су $k_{max} = 3$, $nbShake = 5$, $k_l = 3$, $l = 5$, док је максималан број итерација у оквиру BVNS методе постављен на 1000. Вредности свих параметара добијене су експерименталним путем.

Табела 1: Резултати тестирања IBVNS методе и поређење са резултатима из литературе

I	K	IBVNS		CPLEX			CC&G			BD			LIP		
		t(s)	opt(%)	t(s)	opt(%)	gap(%)	t(s)	opt(%)	gap(%)	t(s)	opt(%)	gap(%)	t(s)	opt(%)	gap(%)
10	5	0.00	100.00	0.10	100.00		0.05	100.00		0.06	100.00		0.03	100.00	
	10	0.01	100.00	0.14	100.00		0.09	100.00		0.09	100.00		0.08	100.00	
	20	0.03	100.00	0.32	100.00		0.23	100.00		0.18	100.00		0.29	100.00	
	50	0.04	100.00	0.90	100.00		0.66	100.00		0.39	100.00		1.83	100.00	
	100	0.07	100.00	2.29	100.00		1.29	100.00		0.77	100.00		3.22	100.00	
	150	0.07	100.00	3.26	100.00		2.18	100.00		1.45	100.00		6.27	100.00	
	200	0.10	100.00	6.35	100.00		2.96	100.00		1.88	100.00		9.77	100.00	
20	5	0.03	100.00	0.51	100.00		0.36	100.00		0.57	100.00		0.21	100.00	
	10	0.09	100.00	1.36	100.00		0.84	100.00		0.94	100.00		0.63	100.00	
	20	0.21	100.00	3.46	100.00		2.14	100.00		1.41	100.00		2.24	100.00	
	50	0.42	100.00	12.39	100.00		9.41	100.00		4.21	100.00		11.33	100.00	

		IBVNS		CPLEX			CC&G			BD			LIP		
	100	0.76	100.00	51.96	100.00		23.04	100.00		7.62	100.00		45.11	100.00	
	150	2.69	100.00	235.31	100.00		30.39	95.56	7.50	16.31	100.00		83.97	95.56	24.55
	200	2.30	100.00	490.96	82.22	28.31	33.23	86.67	11.61	23.51	100.00		119.78	86.67	16.78
30	5	0.26	100.00	1.31	100.00		1.31	100.00		2.41	100.00		0.82	100.00	
	10	0.58	100.00	3.29	100.00		4.84	100.00		5.01	100.00		3.46	100.00	
	20	0.55	100.00	11.85	100.00		34.45	100.00		17.41	100.00		22.52	100.00	
	50	3.46	100.00	72.36	100.00		69.31	73.33	7.79	49.68	97.78	5.22	116.31	93.33	13.26
	100	8.53	100.00	364.86	93.33	34.6	83.99	35.56	21.07	99.73	88.89	26.04	187.71	44.44	50.13
	150	20.17	100.00	892.01	75.56	44.98	86.00	35.56	28.42	89.71	62.22	20.78	187.43	15.56	59.41
	200	22.46	100.00	575.98	23.33	42.44	45.49	35.56	31.04	85.78	46.67	26.52	202.41	13.33	55.23

У овом раду су приказани упоредни резултати три егзактне методе решавања RpCFLP проблема (CC&G, BD и LIP) изложени у [4], CPLEX 20.1.0 решавача и IBVNS имплементације, за $|I| < 40$. Као критеријум заустављања свих метода коришћено је максимално време извршавања, које је ограничено на 1000 секунди. У Табели 1, свака врста приказује резултате добијене на по 45 инстанци које имају исте вредности $|I|$ и $|K|$, а различите вредности за p и α_i . Притом, $\alpha_1 \in \{0.2, 0.5, 0.8\}$, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, а за p су узете

целобројне вредности најближе вредностима $\frac{|I|}{5}$, $\frac{|I|}{4}$ и $\frac{|I|}{3}$ (осим у случају када је $|I| = 10$, када су за p узете вредности 2, 3 и 4). Колоне $t(s)$ садрже просечна времена за које су методе успешно достигле оптимално решење (у секундама). У колонама $opt(\%)$ приказан је проценат инстанци (од 45) за које је проблем решен до оптималности. Квалитет резултата добијених предложеном IBVNS методом процењен је упоређивањем са оптималним решењима добијеним егзактним решавачем CPLEX². У колонама $gap(\%)$, за егзактне методе, приказане су просечне gap вредности које представљају одступање између доње и горње границе, у случају када није постигнуто оптимално решење. Уколико се на свим инстанцама једне групе достигнуло оптимално решење, просечна gap вредност је нула (ћелија у табели је празна). Због разлике у платформама коришћеним за тестирање, а у циљу коректног поређења резултата CC&G, BD, LIP, CPLEX решавача и IBVNS метода, извршено је скалирање времена извршавања метода приказаних у [4]. Из резултата представљених у Табели 1, може се закључити да једино IBVNS метода налази сва оптимална решења, за најкраће време извршавања. Прецизније, просечно време налажења оптималних решења за IBVNS износи 2.99s, за CPLEX 130.05s, док су просечна времена налажења решења за CC&G, BD и LIP редом 20.58s, 19.48s и 47.88s.

5. ЗАКЉУЧАК

У овом раду је разматран проблем p -центра са поузданом мрежном шемом. Егзактни решавач CPLEX 20.1.0 који користи математичку формулацију проблема не даје чак ни допустива решења за веће димензије проблема, што је и очекивано, имајући у виду да је разматрани проблем NP-тежак. Предложена итеративна варијанта основне методе променљивих околина (IBVNS) у кратком времену извршавања достиже сва оптимална решења на инстанцама мањих и средњих димензија и обезбеђује квалитетна решења на инстанцама проблема већих димензија. Штавише, у поређењу са резултатима три егзактне методе решавања RpCFLP проблема (CC&G, BD и LIP) изложених у [4] и резултатима добијеним CPLEX решавачем, IBVNS показује најбоље перформансе у смислу квалитета решења, као и времена извршавања алгорита. Прецизније, на инстанцама које садрже до 30 корисника и највише 200 сценарија, једино IBVNS метода налази сва оптимална решења, за

² Време извршавања CPLEX решавача за потребе провере оптималности решења добијених IBVNS методом било је проширено на 7200 секунди, за сваку тестирану инстанцу.

најкраће време извршавања. Будућа истраживања могу укључити паралелизацију и хибридизацију предложене методе са другим хеуристикама за решавање овог или сличних локацијских проблема.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] An, Y., Zeng, B., Zhang, Y., and Zhao, L. (2014). Reliable p -median facility location problem: Two-stage robust models and algorithms. *Transportation Research Part B: Methodological*, 64, 54-72.
- [2] Caunhye, A. M., Zhang, Y., Li, M., and Nie, X. (2016). A location-routing model for prepositioning and distributing emergency supplies. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 90, 161-176.
- [3] Daskin, M. S. (2013). *Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications*. Wiley, 2nd edition.
- [4] Du, B., Zhou, H., and Leus, R. (2020). A two-stage robust model for a reliable p -center facility location problem. *Applied Mathematical Modelling*, 77, 99-114.
- [5] Hansen, P., Mladenović, N., and Moreno Pérez, J.A. (2010). Variable neighbourhood search: methods and applications. *Annals of Operations Research*, 175(1), 367-407.
- [6] Mladenović, N. and Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, 24(11), 1097-1100.
- [7] Snyder, L. V., and Daskin, M. S. (2005). Reliability models for facility location: The expected failure cost case. *Transportation Science*, 39(3), 400-416.