

# Pregled hidrodinamičkih istraživanja bunara sa horizontalnim drenovima numeričkim metodama

Đorđije Božović, Dušan Polomčić, Dragoljub Bajić



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Pregled hidrodinamičkih istraživanja bunara sa horizontalnim drenovima numeričkim metodama | Đorđije Božović, Dušan Polomčić, Dragoljub Bajić | Vodoprivreda | 2020 | |

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0007291>

Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду омогућава приступ издањима Факултета и радовима запослених доступним у слободном приступу. - Претрага репозиторијума доступна је на [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

The Digital repository of The University of Belgrade Faculty of Mining and Geology archives faculty publications available in open access, as well as the employees' publications. - The Repository is available at: [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

## PREGLED HIDRODINAMIČKIH ISTRAŽIVANJA BUNARA SA HORIZONTALNIM DRENOVIMA NUMERIČKIM METODAMA

Đorđije BOŽOVIĆ

JKP „Beogradski vodovod i kanalizacija“

Dušan POLOMČIĆ, Dragoljub BAJIĆ

Rudarsko–geološki fakultet u Beogradu

### REZIME

U radu je predstavljen pregled odabranih hidrodinamičkih istraživanja realizovanih primenom numeričkih metoda simulacije kretanja podzemnih voda pod uticajem rada bunara sa horizontalnim drenovima. Na osnovu pristupa u matematičkom i hidrauličkom tretiranju, kao i numeričkoj simulaciji bunara sa horizontalnim drenovima na modelima, predstavljeni su najznačajniji aspekti izrade hidrodinamičkih modela ovog kompleksnog tipa vodozahvatnog objekta. Metodologija obuhvata izbor: a) graničnih uslova za simulaciju prirodnih granica, izvora prihranjivanja i dreniranja izdani; b) primenjivanog stepena diskretizacije prostora obuhvaćenog modelom u planu i profilu; c) numeričkih metoda i kodova za izradu modela i paketa za simulaciju drenova, zajedno sa tehnikama zadavanja drenova; d) unutrašnjih graničnih uslova kojima se manje ili više uspešno aproksimiraju realni uslovi. Dilema izbora unutrašnjeg graničnog uslova je prepoznata kao najvažnije pitanje u teoriji hidraulike horizontalnih vodozahvatnih objekata uopšteno, pa tako i bunara sa horizontalnim drenovima. Iako je na relativno malom rastojanju od drena razlika između primene graničnog uslova ravnomernog doticaja u dren i ravnomernog pijezometarskog nivoa unutar drena praktično zanemarljiva, u okviru istraživanja analiziranih u ovom radu je dominantan stav da je uslov ravnomernog nivoa hidraulički adekvatniji. Imajući u vidu brojne hidrauličke otpore vezane za drenove (u prifilterskoj zoni, pri prolasku kroz otvore na filterskoj konstrukciji, u unutrašnjosti drenova), kao i interferenciju međusobnog uticaja drenova na jednom bunaru, ni doticaj u dren ni nivo da spoljašnjoj konturi i u unutrašnjosti drena nisu linearni niti ravnomerni. Stoga je mešoviti granični uslov najpribližnija aproksimacija realnih uslova. U skladu sa tim, treba

težiti uključivanju i analizi uticaja dominantnih hidrauličkih otpora koji nastaju na putu kretanja podzemnih voda kroz unutrašnjost drenova do vodosabirnog bunarskog šahta.

**Ključne reči:** horizontalni bunari, hidraulika bunara, analitički modeli, numerički modeli, hidrodinamičko modeliranje podzemnih voda

### 1. UVOD

Iako se danas bunari sa horizontalnim drenovima vezuju za vodosnabdevanje na račun zahvatanja podzemnih voda iz zbijenih izdani i izvorišta podzemnih voda čiji je rad zasnovan na procesu obalske filtracije (eng. riverbank filtration, RBF; [21], [41]), njihov istorijat je zapravo vezan za eksploataciju tečnih ugljovodonika. Inženjer Leo Reni (*Leo Ranney*, 1884–1950) je početkom 20-tih godina prošlog veka u SAD projektovao izradu objekta za eksploataciju nafte iz plitkih i tankih ležišta peskovitog i šljunkovitog litološkog sastava, koji bi, zahvaljujući višestruko većem pojedinačnom kapacitetu, zamenio izradu većeg broja vertikalnih bušenih bunara. Koncept vertikalnog sabirnog šahta velikog prečnika i iz njega, pomoću hidraulične prese, horizontalno utisnutih filterskih cevi, tj. drenova, je eksperimentalno uspešno primenjen 1927. godine, nakon čega je Renijev patent otkupila kompanija *Standard Oil Development* sa planom dalje primene. Međutim, usled ekonomske krize i niskih cena nafte u SAD, bunar sa horizontalnim drenovima nije dobio očekivanu širu primenu u industriji eksploatacije tečnih ugljovodonika.

Nekoliko godina kasnije, na Renijev predlog, kao urgentna mera za obezbeđenje potrebne količine pijaćih voda za potrebe Londona tokom perioda niskog

vodostaja reke Temze 1933. i 1934. godine, izgrađen je bunar sa horizontalnim drenovima. Realizacija predloženog rešenja je omogućila zahvatanje neophodnih količina podzemnih voda i uspešno prevazilaženje problema vodosnabdevanja. Izgradnja bunara sa horizontalnim drenovima za potrebe vodosnabdevanja je privukla pažnju stručne javnosti za ovaj tip vodozahvatnog objekta.

Iako su ideja i pokušaji izgradnje bunara sa horizontalnim drenovima postojali i ranije [16], danas se ovaj tip vodozahvatnog objekta smatra inženjerskim nasleđem Lea Renija, zbog čega i originalna metoda izrade drenova direktnim utiskivanjem filterskih cevi u vodonosnim sedimentima nosi njegovo ime. Izgradnja bunara sa horizontalnim drenovima za potrebe vodosnabdevanja je nastavljena 1936. godine u SAD, dok intenzivna izgradnja ovog tipa bunara širom Evrope započinje nedugo nakon Drugog svetskog rata.

Najveći broj bunara sa horizontalnim drenovima za potrebe vodosnabdevanja jednog grada je izgrađen u Budimpešti (prema [34], 217 bunara je trenutno u funkciji), dok je izvorište podzemnih voda Beograda sa 99 ovakvih objekata drugo najveće na svetu. Više hiljada bunara sa horizontalnim drenovima je do danas izgrađeno širom sveta, dok je u poslednje dve decenije primetan porast interesovanja za njihovu izgradnju u Aziji.

Na osnovu rezultata izgradnje nekoliko prvih bunara sa horizontalnim drenovima u SAD i Evropi, visoki kapaciteti su postali svojevrsno merilo za ocenu uspešnosti njihove izgradnje, tako da su kapaciteti od nekoliko stotina litara u sekundi, a nekada i više od  $1 \text{ m}^3/\text{s}$ , praktično podrazumevani. Međutim, iskustva eksploatacije su pokazala drugačije rezultate, zbog čega se javilo pitanje pouzdanijeg definisanja početnog kapaciteta bunara sa horizontalnim drenovima u različitim hidrogeološkim i hidrološkim uslovima. Kako se odgovor na ovo pitanje nije mogao očekivati od kompanija specijalizovanih za izgradnju bunara, započelo se sa hidrodinamičkim istraživanjima koja su se zasnivala na primeni matematičkih metoda u oblasti dinamike podzemnih voda. Ovakav pristup u istraživanjima je pružio naučnu objektivnost i kvantitativan karakter dobijenih rezultata, umesto dotadašnjeg mahom empirijskog.

Kretanje podzemnih voda se matematičkim putem uspešno opisuje pomoću parcijalnih diferencijalnih

jednačina, koje se mogu rešiti analitičkim i numeričkim metodama [4], [52]. U ovom radu biće predstavljena relevantna istraživanja koja se odnose na primenu numeričkih metoda u oblasti hidraulike bunara sa horizontalnim drenovima. Analitički pristup biće prikazan u minimalnom obimu, prvenstveno u cilju potpunijeg predstavljanja istorijata istraživanja.

Na razvoj dinamike podzemnih voda u oblasti horizontalnih vodozahvatnih objekata, kod kojih je dužina filterske konstrukcije po pravilu više stotina puta veća od njenog prečnika, u određenoj meri su uticala istraživanja koja se odnose na horizontalne bušene bunare i cevne drenaže. Iz razloga brojnih sličnosti u teoriji hidraulike ovih vodozahvatnih objekata sa bunarima sa horizontalnim drenovima, u radu će u potrebnom obimu biti predstavljeni i rezultati najznačajnijih istraživanja realizovanih prvenstveno za potrebe remedijacije izdani i odvodnjavanja terena.

## 2. ANALITIČKI MODELI I NJHOVO POREĐENJE SA NUMERIČKIM METODAMA

Prva hidrodinamička istraživanja bunara sa horizontalnim drenovima su započeta krajem 40-tih godina prošlog veka. Ona su podrazumevala empirijski pristup, putem kojeg su istraživači pokušali utvrditi i u vidu matematičkih izraza, manje ili više kompleksnih jednačina, izraziti zavisnost kapaciteta bunara od sniženja nivoa podzemnih voda u izdani, debljine i filtracionih karakteristika vodonosne sredine i osnovnih tehničkih karakteristika vodozahvatnog objekta (broja, pojedinačne ili ukupne dužine drenova, njihovog međusobnog ugla). Rezultati ovih istraživanja su imali ograničenu primenljivost, najviše iz razloga naglašene empirijske prirode parametara sadržanih u jednačinama, čije su vrednosti dobijene merenjima u okviru jednog analiziranog izvorišta ili, češće, u zoni samo jednog bunara. Kao takve, one nisu mogle imati opšti značaj. U monografiji [2], autori daju detaljan prikaz najznačajnijih istraživanja realizovanih tokom 40-tih i 50-tih godina prošlog veka.

Imajući u vidu ograničenja metoda istraživanja primenjivanih sve do kraja 50-tih godina prošlog veka, istraživači nastoje da svoje rezultate učine univerzalno primenljivim, zbog čega počinju vršiti laboratorijske eksperimente. Zahvaljujući sličnosti između Darsijevog zakona kretanja podzemnih voda u poroznoj sredini i Omovog zakona zavisnosti jačine struje od napona i otpora provodnika, istraživači počinju izrađivati fizičke,

elektro–hidrodinamičke analogne modele. Istaknut doprinos u tom periodu daje [29], [30].

Radeći na problemima vezanim za razvoj beogradskog izvorišta podzemnih voda izgradnjom nizova bunara sa horizontalnim drenovima uz obale reke Save, [29] predstavlja značajan grafički prikaz raspodele kapaciteta jednog drena, koji ukazuje da je doticaj u dren najveći na kraju drena (uz bušaču glavu) i da se sa približavanjem bunarskom šahtu on smanjuje. Ovaj stav je tokom narednih decenija proveravan od strane brojnih istraživača i predstavljao je jednu od najčešćih dilema vezanih za hidrauliku bunara sa horizontalnim drenovima.

Prekretnicu u hidrodinamičkim istraživanjima bunara sa horizontalnim drenovima predstavlja rad [20], u kojem je dato analitičko rešenje za prognozu sniženja nivoa podzemnih voda u zoni drenova, u izdani sa slobodnim nivoom i nivoom pod pritiskom, za stacionarne i nestacionarne uslove. Uslovi koje su pretpostavili autori [20], a koji predstavljaju razmatrani analitički model, su podrazumevali da je izdan konstantne debljine, homogenih i izotropnih filtracionih karakteristika, da je raspodela proticaja duž drena (tj. doticaj u dren) ravnomerna, dok su gubici na drenu i unutar drena zanemareni. Autori su analizirali slučaj bunara sa samo jednim horizontalnim drenom, zbog čega se suštinski radi o slučaju horizontalnog bunara, a ne bunara sa horizontalnim drenovima. Istraživanje autora [20] je dopunio autor [19] i konstatovao da neravnomeran doticaj podzemnih voda u drenove, sa konstantnim pijezometarskim nivoom unutar drenova, predstavlja bolju aproksimaciju realnog stanja od uslova ravnomernog doticaja.

Autor [53] je definisao analitičko rešenje za proračun vremena putovanja podzemnih voda do horizontalnog bunara u cilju remedijacije izdani (pod pritiskom, homogenih filtracionih karakteristika, sa i bez prisustva anizotropije). Analitičko rešenje je provereno numeričkom metodom (uz upotrebu MODFLOW i MODPATH programa). MODFLOW je najpoznatiji računarski kod za simulaciju i analizu procesa kretanja podzemnih voda, transporta materije i toplote u geološkoj poroznoj sredini, koji je prvobitno bio zasnovan na numeričkoj metodi konačnih razlika. Iako je pitanje adekvatnog matematičkog predstavljanja bunara sa horizontalnim drenovima otvoreno decenijama ranije, može se reći da od istraživanja autora [53] započinje intenzivnija stručna i naučna diskusija na

ovu temu (autori ovog rada su mišljenja da se pitanje odnosi na horizontalne vodozahvatne objekte u opštem slučaju).

U svom radu [54], autori su analizirali sniženje nivoa izdani u zoni hipotetičkog horizontalnog bunara. Analitički model je podrazumevao homogenu i anizotropnu izdan sa slobodnim nivoom. Analitičko rešenje je testirano numeričkim pristupom, primenom metode konačnih razlika. Simulacija je realizovana u MODFLOW programu. Bunar je predstavljen preko oba karakteristična granična uslova – ravnomernog proticaja (eng. *Uniform Flux*) i ravnomernog nivoa podzemnih voda (eng. *Uniform Head*). U slučaju uslova ravnomernog nivoa, unutar svake ćelije koja na modelu koja predstavlja bunar, zadata je visoka vrednost koeficijenta filtracije kako bi se simuliralo odsustvo hidrauličkog otpora u unutrašnjosti bunara. Proračuni su pokazali da je razlika između simulacije bunara preko dva, matematički potpuno različita, granična uslova manja od 10% u pogledu vrednosti potencijala, posmatrano u tački pored bunara koja se nalazi na rastojanju koje je pet puta veće od prečnika bunara (što u najvećem broju slučajeva znači rastojanje od oko 1 m). Sa povećanjem rastojanja od bunara, razlika se naglo smanjuje, tako da suštinski postaje zanemarljiva.

Autori [9] predlažu nov pristup predstavljanja horizontalnih bunara u odnosu na tok podzemnih voda unutar bunara i vrednost Rejnoldsovog broja, tako da ne koriste ni uslov ravnomernog proticaja ni ravnomernog nivoa. Analitički model je obuhvatio horizontalni bunar ispod reke, koji je predstavljen pristupom „ekvivalentnog koeficijenta filtracije“ unutar bunara. Stavovi autora u pogledu izbora graničnog uslova su rigorozniji u odnosu na ranija shvatanja. Naime, autori ističu da u bunaru uvek postoje hidraulički gubici, zbog čega se unutrašnji granični uslov ravnomernog nivoa ne može primenjivati. Za uslov ravnomernog doticaja navode da je, prema teoriji, pijezometarski nivo unutar bunara najmanji na njegovoj sredini, dok je u praksi od uvek najniži na kraju bunara na kojem je smeštena pumpa. Stoga, ni jedan od dva tipična granična uslova (ravnomernog proticaja i ravnomernog nivoa) nije valjan i neadekvatno predstavlja realnu raspodelu proticaja i pijezometarskog nivoa duž bunara.

Da bi izbegli upotrebu graničnog uslova ravnomernog proticaja i ravnomernog nivoa, autori [9] primenjuju koncept hidraulički ekvivalentne porozne sredine unutar bunara. Pored otpora kretanju podzemnih voda u

prifilterskoj zoni bunara (bilo kakva da je njena geneza i debljina) javlja se i gubitak usled konvergencije, tj. suženja toka podzemnih voda i koncentrisanja strujnica, odnosno prelaska iz radijalnog difuznog u strujanje koje se sve više usmerava prema otvorima na filterskoj konstrukciji. Zatim, dolazi do gubitka prilikom prelaska iz porozne sredine kroz otvore na filteru prema unutrašnjosti filterske cevi drena, kao i otpora na trenje o zidove bunarske konstrukcije i unutrašnjeg trenja same tečnosti.

Jasno je da neki od navedenih gubitaka imaju samo teorijski značaj, dok se u praktičnim problemima oni zanemaruju ili posmatraju kao ukupni otpori u prifilterskoj zoni i na filterskoj konstrukciji bunara. Sa druge strane, gubitke unutar bunara/drena je moguće odrediti, iako najčešće aproksimativno. Nakon definisanja analitičkog modela sa objedinjenim komponentama otpora i toka na bunaru i unutar bunara, autori [9] verifikuju analitičko rešenje na izrađenom fizičkom, tzv. „*sandbox*“ modelu, a potom i na numeričkom modelu.

Pored navedenih gubitaka, autori [49] konstatuju da dolazi do kinematskih gubitaka energije usled promena smera kretanja strujnica kada one iz smera upravnog na osu bunara prelaze u aksijalni smer, kada dolazi i do gubitka usled smanjenja efektivnog hidrauličkog prečnika cevi, i na kraju i do gubitka usled kinematskog efekta povećanja brzine kretanja vode u smeru toka.

U članku [45], autori definišu analitičko rešenje za kretanje podzemnih voda prema drenaži. Rešenje testiraju numeričkim pristupom i metodom konačnih razlika. Tom prilikom koriste numerički paket *Drain* za simulaciju drenaže u MODFLOW-2000 kodu. Drenaža je predstavljena unutrašnjim graničnim uslovom sa zadatim ravnomernim pijeozometarskim nivoom.

### 3. NUMERIČKI PRISTUP U HIDRODINAMIČKIM ISTRAŽIVANJIMA

Numerički pristup u hidrodinamičkim istraživanjima bunara sa horizontalnim drenovima podrazumeva izradu detaljnih hidrodinamičkih modela koji su zasnovani na primeni jedne od numeričkih metoda rešavanja sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina. Najčešće numeričke metode zastupljene u primenjenom modeliranju podzemnih voda su: metoda analitičkih elemenata, metoda graničnih elemenata, metoda konačnih razlika, metoda konačnih elemenata i metoda

konačnih zapremina [52], [5]. U poslednjih 30-tak godina, numerički modeli su dali veliki doprinos razvoju kvantitativne hidrogeologije.

Autori [35] su sproveli hidrodinamičko istraživanje putem izrade numeričkog modela, za potrebe projektovanja hidrauličke barijere („zavesa“) koja bi pružila zaštitu analiziranom izvoristu podzemnih voda od potencijalnog zagađenja od strane obližnje deponije rafinerije nafte, koja se nalazila u zaleđu jednog od dva bunara sa horizontalnim drenovima. Rad analiziranog izvorišta je zasnovan na principu obalske filtracije na račun prihranjivanja iz reke, dok je intenzitet prihranjivanja u zoni oba bunara uvećan izgradnjom infiltracionih kanala koji ih okružuju. Bunari imaju po dva drena, orijentisana paralelno sa rekam. U cilju ispitivanja efikasnosti i optimalne lokacije hidrauličke zavesa, čiji bi zadatak bio da zahvati podzemne vode opreterećene zagađenjem pre nego što dospeju do bunara, autori su formirali 2D hidrodinamički model. Model je urađen po metodi konačnih elemenata, sa mrežom diskretnih polja trougaonog oblika u planu. Veličina diskretnih polja je promenljiva u prostoru obuhvaćenom modelom, tako da se polja najmanjih dimenzija nalaze u zoni bunara sa horizontalnim drenovima. Na modelu su simulirani nestacionarni uslovi kretanja podzemnih voda. Bunar sa horizontalnim drenovima je simuliran preko tri vertikalna bunara, postavljena tako da se dva nalaze na krajevima drenova a treći na mestu bunarskog šahta, tj. u centru simuliranog realnog bunara. Svaki od tri ekvivalentna vertikalna bunara zahvata po 1/3 ukupnog kapaciteta bunara. Hidrauličku zavesu na modelu predstavlja jedan vertikalni bunar, čiji je minimalni i konstantan kapacitet crpenja utvrđen analizom strujne slike, koja je dobijena kao rezultat realizacije prognoznih proračuna na modelu.

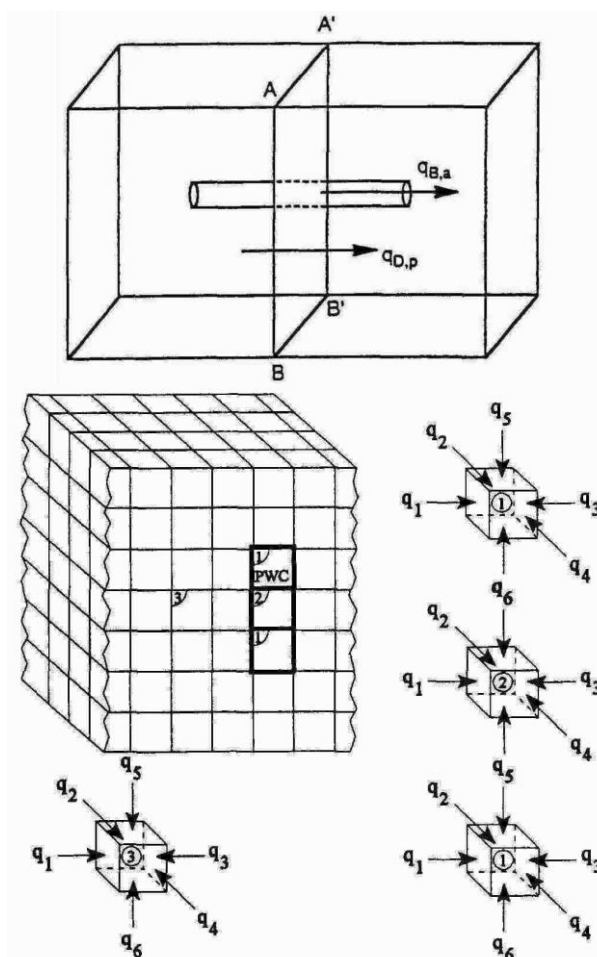
Za potrebe analize optimalne dužine filterske konstrukcije horizontalnog bunara, kao i kapaciteta crpenja koji bi rezultirao željenim sniženjem nivoa podzemnih voda i zahvatanja zagađenja izdani ispod tela deponije, autori [48] koriste numerički pristup i formiraju hidrodinamički model. Model je izrađen u MODFLOW programu i metodi konačnih razlika. Na višeslojnom modelu je horizontalni bunar predstavljen na osnovu principa ekvivalentne porozne sredine, uz upotrebu *Drain* numeričkog paketa, dizajniranog za simulaciju drenaža i drugih horizontalnih vodozahvatnih objekata. Autori su pretpostavili da je doticaj podzemnih voda duž drena linearna funkcija udaljenja od pumpe (postavljene na jednom kraju bunara).

Simulirani su nestacionarni uslovi filtracije podzemnih voda. Za potrebe kalibracije je korišćen veći broj raspoloživih piježometara. Na formiranom modelu, autori ispituju da li i pod kojim uslovima jedan horizontalni bunar može u pogledu efikasnosti zahvatanja zagađenja zameniti 20 postojećih vertikalnih cevastih bunara, raspoređenih oko deponije. Cevasti bunari su simulirani pomoću *Well* numeričkog paketa, zadavanjem kapaciteta crpenja. Prihranjivanje izdani je simulirano pomoću *Recharge* paketa, namenjenog zadavanju elemenata vertikalnog bilansa, tj. prihranjivanja izdani na račun infiltracije voda atmosferskih taloga i dreniranja izdani putem isparavanja sa površine nivoa izdani.

Zahvaljujući modularnoj prirodi MODFLOW koda, autori [27] su izvršili izmene u njegovom *Well* numeričkom paketu u cilju sprovođenja preciznije i verodostojnije simulacije bunara na hidrodinamičkom modelu. Izmenama su omogućili prelazak sa uobičajenog pristupa hidraulički ekvivalentnog bunara na simulaciju bunara bližeg realnijim uslovima, tj. bunara čiji rad je praćen hidrauličkim otporima. Ovaj prelazak je izvršen tako što je bunar na modelu predstavljen kretanjem podzemnih voda kroz cev, uz matematičko povezivanje razmene podzemnih voda između diskretnih polja/ćelija koje predstavljaju izdan i polja koja predstavljaju bunar (slika 1). Pristup je nazvan „teorija povezanih ćelija“ i imao je značajan uticaj na dalji razvoj teorije modeliranja bunara.

U članku [46], autori su formirali numerički model kretanja podzemnih voda i transporta materije u MODFLOW i MT3D okruženju, u cilju poređenja efikasnosti vertikalnih i horizontalnih bunara u svrhe remedijacije izdani. Horizontalni bunar je na modelu predstavljen zadavanjem graničnog uslova ravnomernog nivoa, dok je kapacitet bunara kalibrisana veličina koja je iterativnim proračunima usaglašena sa poznatom vrednošću kapaciteta i nivoima podzemnih voda u izdani. Autori navode da je ovakav način simulacije bunara precizan u dovoljnoj meri, jer su kapaciteti većine horizontalnih bunara izvedenih za potrebe remedijacije izdani mali, zbog čega smatraju da su mali i gubici duž unutrašnjosti bunara. Iz ovog proizilazi da se u takvim slučajevima hidraulički otpori u bunaru mogu zanemariti. Rezultat do kojeg su autori došli je u saglasnosti sa stavovima ranijih istraživanja koji govore da se kod horizontalnih bunara doticaj u bunar povećava na onom kraju na kojem se nalazi bunarska pumpa. Ovakav zaključak je u saglasnosti i sa promenom

doticaja u vertikalni bunar, ali je u suprotnosti sa rasporedom doticaja duž vodoprijemnih delova konstrukcije bunara sa horizontalnim drenovima.



Slika 1. Ilustracija „teorije povezanih ćelija“ (Lieuallen-Dulam & Sawyer, 1997; prilagođeno)

U cilju analize zagađenja izdani autori [17] formiraju numerički hidrodinamički model (u MODFLOW kodu). Analiza transporta zagađenja je urađena u MT3D programu, dok je analiza polja brzina podzemnih voda izvršena pomoću MODPATH programa i „particle tracking“ tehnike. Na osnovu simulacije opitnog crpenja bunara sa horizontalnim drenovima i povratka nivoa na modelu, identifikovao je prisustvo izražene anizotropije u aluvijalnim sedimentima. Model je imao dimenzije 2,0x2,0 km, sa osnovnom mrežom diskretnih polja dimenzija 100x100 m, koja je u zoni većeg interesa dodatno diskretizovana tako što su osnovna polja smanjena za 50%. Autori ne navode na koji način

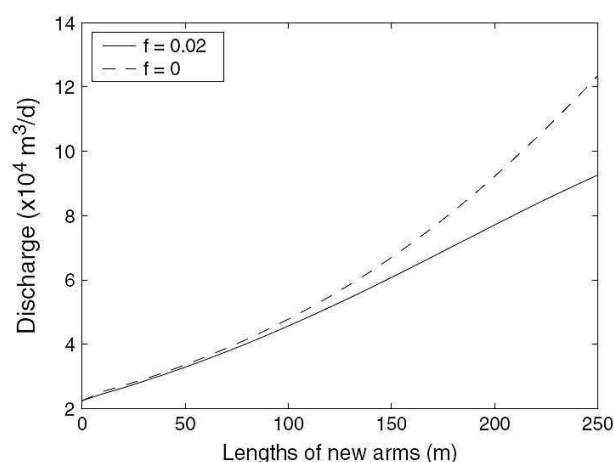
simuliraju bunar na kojem je formirano 16 drenova u dvema lepezama. Na osnovu analize predstavljene strujne slike, može se pretpostaviti da je bunar na modelu zadat kao ekvivalentan cevasti bunar velikog prečnika, sa konstantnim kapacitetom crpenja. Reka je simulirana preko graničnog uslova konstantnog nivoa.

Istraživanje [3] ima izuzetan značaj za razvoj teorije primenjenog modeliranja bunara sa horizontalnim drenovima, imajući u vidu da autori predlažu nov i efikasan pristup simulacije kretanja podzemnih voda prema bunaru. Numerička metoda koju autori koriste je metoda analitičkih elemenata. Metodologija koju su autori razvili omogućava uključivanje svih aspekata koji čine jedinstven i kompleksan granični uslov „dren“, uključujući otpore u prifilterskoj zoni drena (na njegovoj spoljašnjoj konturi), kao i unutrašnje gubitke na račun trenja usled kretanja podzemnih voda unutar drenova. Formirani model je višeslojevit, pri čemu slojevi imaju različite vrednosti koeficijenta filtracije, što predstavlja unapređenje u odnosu na dotadašnje analitičke modele.

Doticaj u dren je određen slično načinu na koji ga u svom radu definišu autori [36], preko parametra koji predstavlja otpor infiltraciji podzemnih voda iz vodonosne sredine u dren. Drenovi su simulirani kao linijski analitički elementi sa geometrijskim karakteristikama koje odgovaraju realnim drenovima. Inicijalno je odabran granični uslov ravnomernog nivoa u drenu. Međutim, sa uključenjem otpora u prifilterskoj zoni i gubitaka usled trenja u unutrašnjosti drena, prvobitni granični uslov postaje mešoviti granični uslov (uslov treće vrste). Proračun gubitaka unutar drena autori vrše pomoću Darsi–Vajzbahove jednačine [33]. Budući da vrednost koeficijenta trenja nije poznata za bunarske filterske cevi, autori definišu i usvajaju vrednost zasnovanu na vrednosti Rejnoldsovog broja. Rezultati pokazuju da se uticaj otpora na trenje unutar filterske konstrukcije povećava sa povećanjem dužine drenova. Ipak, za uobičajene dužine drenova (50–60 m) i kapacitete pojedinačnih drenova do oko  $q=35$  l/s, unutrašnji otpori su praktično zanemarljivi (slika 2).

U članku [31], na numeričkom modelu zasnovanom na primeni metode konačnih razlika autori analiziraju horizontalni bunar u zbijenoj izdani, male debljine. Konstatuju da se u analiziranom hidrogeološkom sistemu razlikuju tri komponente toka podzemnih voda: a) kretanje u izdani pod uticajem izvora prihranjanja i dreniranja, b) kretanje prema bunaru i c) kretanje unutar

samog bunara. Sve otpore koji postoje na spoljnoj konturi bunara, zajedno sa otporima na ulasku vode kroz perforacije na filterskoj konstrukciji autori predstavljaju preko empirijskog parametra koeficijenta hidrauličke provodljivosti. Ovaj parametar u sebi objedinjuje geometriju vodoprijemnog dela bunara, zajedno sa filtracionim karakteristikama i debljinom prifilterske zone. Objedinivši otpore na bunaru sa gubicima unutar bunara (koji su sračunati preko Hazen–Vilijamsove formule, [42]) autori su kvantifikovali veličinu pada pijezometarskog nivoa i zaključili da granični uslov ravnomernog proticaja nije utemeljeno koristiti u slučaju iole značajnije dužine horizontalnih bunara.



Slika 2. Zavisnost kapaciteta bunara od dužine drenova i uticaja unutrašnjeg otpora (Bakker et al., 2005)

Autor [47] je simulirao rad bunara sa horizontalnim drenovima, koji je izgrađen u peskovito–šljunkovitim sedimentima. Numerički model je izrađen primenom MODFLOW koda. Bunar ima sedam drenova, promenljivih dužina, prečnika 0,3 m. Na modelu je simuliran opit crpenja koji je realizovan konstantnim kapacitetom. Model ima osam hidrodinamičkih slojeva, dok diskretna polja imaju promenljive dimenzije, od 60x60 m do 6x6 m. Reka je zadata preko graničnog uslova konstantnog nivoa u poljima koja odgovaraju njenom realnom rasprostranjenju. Drenovi su simulirani pomoću *Drain* paketa. Nakon kalibracije modela, vršeni su prognozni proračuni zadavanjem različitih kapaciteta bunara, različitih vrednosti propusnosti rečnog dna i vrednosti koeficijenta filtracije vodonosne sredine. U radu nije pruženo dovoljno informacija o vrednostima zadatih parametara za simulaciju drenova, dok se može zaključiti da je šematizacija mreže diskretnih polja u zoni bunara bila isuviše gruba.

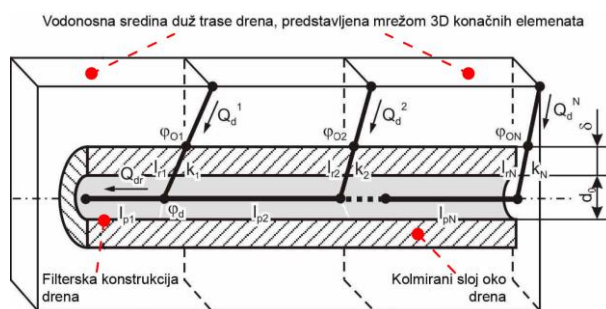
U Kini se gradi specifičan vid horizontalnog vodozahvatnog objekta, koji se sastoji od vodosabirnih komora izgrađenih u nizu paralelno obali reke, iz kojih su u utisnuti drenovi i koje su međusobno povezane cevima velikog prečnika (tzv. galerijama). Ceo sistem drenova, komora i galerija je povezan sa jednim velikim vodosabirnim šahtom iz kojeg se vrši crpenje zahvaćenih podzemnih voda. Autori [51] su simulirali rad jednog takvog vodozahvatnog objekta na numeričkom modelu, primenom metode konačnih razlika. Kretanje zahvaćenih podzemnih voda unutar vodozahvatnog objekta je tretirano pristupom ekvivalentne porozne sredine, odnosno ekvivalentne vrednosti koeficijenta filtracije unutar bunara.

Autori [51] su se opredelili za navedeni pristup na osnovu toga što su utvrdili da u bunaru postoji više režima toka podzemnih voda (laminarni, prelazni i turbulentni), zajedno sa padom pijezometarskog nivoa. Smatraju da je u takvim uslovima teško odrediti u kojim bi delovima kompleksnog vodozahvatnog objekta trebalo zadati uslov ravnog nivoa, a u kojima uslov ravnog proticaja. Dodatno, autori su definisali različite vrednosti ekvivalentnog koeficijenta filtracije za pojedine delove bunara, u zavisnosti od vrednosti brzina kretanja voda, Reynoldsovog broja i koeficijenta otpora na trenje.

Naknadno, autori [50] na formiranom modelu vrše analizu svih pet vrsta režima kretanja voda u cevima. Doticaj u vodoprijemne delove bunara tretiraju suštinski na isti način kao što to čine autori [36] analitičkim pristupom, odnosno [3] i [31] numeričkim metodama.

2007. godina je godina kada započinje ciklus hidrodinamičkih istraživanja bunara sa horizontalnim drenovima na beogradskom izvoristu podzemnih voda. Jedna od najznačajnijih komponenti multidisciplinarnih istraživanja problema opadanja kapaciteta bunara, pokrenutih 2005. godine od strane Instituta za vodoprivredu „Jaroslav Černi“ iz Beograda, bila je hidrodinamička analiza na numeričkim modelima [12]. Za potrebe matematički verodostojne simulacije drenova, kao i njihove prostorne orijentacije izrađen je namenski softver za numeričko modeliranje u metodi konačnih elemenata (Lizza i PAK-P, [12]; kasnije unapređen u metodu konačnih razlika, [15]), budući da je ova metoda obezbeđivala znatno veću fleksibilnost u pogledu prilagođavanja nestrukturirane mreže diskretnih polja trasama drenova. Drenovi su predstavljeni 1D elementima, pri čemu je filterska konstrukcija drena

podeljena na veći broj delova. Oko 1D elemenata prisutna je 3D zona koja predstavlja hidrauličku vezu između filterske konstrukcije drena i sedimenata porozne sredine (a koja suštinski predstavlja prilifersku zonu drena, slika 3). Softver i metodologija predstavljanja drenova su verifikovani na primeru bunara RB-8, na kojem su 2006. godine utisnuti novi drenovi.



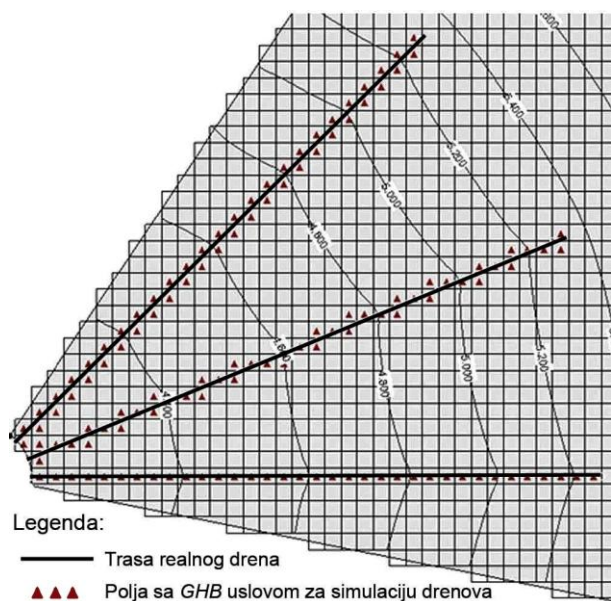
Slika 3. Grafički prikaz graničnog uslova *Dren* (Dimkić et al., 2007; prilagođeno)

U radu [37], autori koriste numeričku metodu analitičkih elemenata za simulaciju realnog bunara sa horizontalnim drenovima u izdani sa slobodnim nivoom, lociranim uz obalu reke. Cilj istraživanja je bila analiza odnosa sniženja nivoa podzemnih voda i kapaciteta bunara, zatim efekata različitih konfiguracija drenova, filtracionih karakteristika izdani i koeficijenta hidrauličke provodljivosti drenova na kapacitet bunara. Na modelu su drenovi predstavljeni kao linijski analitički elementi, sa graničnim uslovom ravnog nivoa (na način sličan sa [3]). Usvojeno je da je pijezometarski nivo unutar drenova jednak nivou u vodosabirnom bunarskom šahtu, kao i da otpori unutar drenova imaju zanemarljiv uticaj na pad nivoa. Realizacija proračuna na modelu je za rezultat imala raspodelu doticaja u drenove, koja pokazuje da je doticaj neravnomeran i da se smanjuje posmatrano od kraja drenova prema bunarskom šahtu (odnosno, povećava sa udaljenjem od šahta sve do kraja drena uz bušaču glavu, što je u skladu sa stavovima autora [29]).

U cilju provere dobijenih rezultata i primenljivosti formiranog modela analitičkih elemenata i upotrebljenih graničnih uslova, autori [37] su formirali višeslojeviti model na osnovu metode konačnih razlika. Jedno od najvećih ograničenja u primeni metode konačnih razlika u simulaciji bunara sa horizontalnim drenovima je vezano za mrežu diskretnih polja i prostornu orijentaciju drenova. Naime, po pravilu, drenovi se nalaze pod



određenim uglom u odnosu na pravougaonu mrežu diskretnih polja, zbog čega je potrebno vršiti dodatna prilagođavanja mreže u cilju smanjenja uticaja ovog ograničenja u geometrijskom predstavljanju bunara na rezultate modela. Najčešća tehnika za ublažavanje uticaja ovog ograničenja je dodatna diskretizacija prostora u zoni bunara, koja ima negativnu posledicu u vidu smanjenja računarske efikasnosti (povećanja dužine trajanja proračuna, potrebe za većim resursima računara, potencijalno i numeričkih nestabilnosti pri konvergenciji rešenja). U analiziranom slučaju, proračunska polja su imala generalno male dimenzije (1x1 m), zbog čega nije vršena dodatna diskretizacija. Da bi dodatno redukovali uticaj orijentacije drenova, autori su povećali broj polja u kojima su zadali drenove, uz istovremeno smanjenje vrednosti hidrauličke provodljivosti drenova (slika 4). Drenovi su zadati kao granični uslov treće vrste, preko *General Head Boundary* numeričkog paketa u MODFLOW kodu.



Slika 4. Primer prevazilaženja ograničenja metode konačnih razlika u simulaciji bunara sa horizontalnim drenovima (Patel et al., 2010; prilagođeno)

U članku [18], autori navode da je granični uslov treće vrste adekvatan za predstavljanje bilo kog horizontalnog vodozahvatnog objekta na numeričkim modelima. Suština primene ovog graničnog uslova je u tome da se doticaj u vodozahvatni objekat ostvaruje kao funkcija razlike između pijezometarskog nivoa u izdani i nivoa unutar drena (horizontalnog bunara ili drenaže), dok na

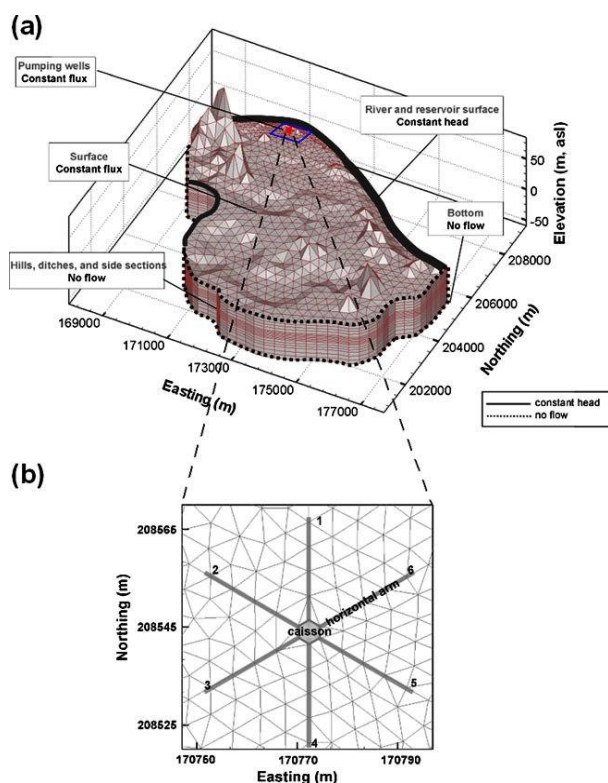
veličinu doticaja utiče propusnost prifilterske zone. Ovakva koncepcija graničnog uslova za vodozahvatni objekat je analogna graničnom uslovu na modelima kojima se matematički predstavlja reka, tako što se prihranjivanje izdani iz pravca reke odvija na račun razlike nivoa vode u reci i nivoa podzemnih voda neposredno ispod njenog korita, dok intenzitet prihranjivanja zavisi od debljine i filtracionih karakteristika sedimenata istaloženih na dnu korita reke.

U svom radu [25], autori ističu da je u okviru hidrodinamičke analize kretanja podzemnih voda prema bunaru sa horizontalnim drenovima potrebno analizirati sve tri karakteristične komponente toka podzemnih voda (u saglasnosti sa stavom autora [31]): regionalno kretanje podzemnih voda koje je pod uticajem graničnih uslova (izvan uticaja rada bunara), lokalno kretanje u okviru domena modela koji je pod direktnim uticajem rada bunara i na ulasku u sam bunar (tj. filtersku konstrukciju drena), kao i domena unutrašnjih hidrauličkih uslova i otpora unutar samih drenova bunara. Autori smatraju da je uticaj otpora na spoljašnjoj konturi drenova (u prifilterskoj zoni i na ulasku u dren kroz perforacije na filterskoj konstrukciji) neophodno analizirati zajedno sa unutrašnjim otporima u drenovima. Konceptualni model koji su izradili autori [25] je tretirao samo unutrašnje otpore na račun trenja o zidove filterskih cevi drenova, a koji zavise od vrednosti Reynoldsovog broja i hrapavosti cevi.

Autori [25] dele mišljenje autora [3] i autora [31], da se svi otpori u prifilterskoj zoni drenova i na ulasku u filtersku konstrukciju mogu uspešno predstaviti i u proces kretanja podzemnih voda matematički uključiti preko hidrauličkog parametra koeficijenta propusnosti drenova. Izrađeni numerički model zasnovan na metodi konačnih elemenata analizira promenljive režime kretanja voda unutar drenova, uključujući tehničko-hidrauličke karakteristike drenova koje nisu bile analizirane u dotadašnjim hidrodinamičkim studijama. U cilju objedinjavanja jednačine za kretanje podzemnih voda prema drenovima sa jednačinom za kretanje unutar drenova, autori koriste iterativan postupak koji, suštinski, predstavlja analizu osetljivosti parametara koji učestvuju u predmetnim jednačinama. Predstavljeni konceptualni model je kasnije primenjen na primeru realnog bunara ([26], slika 5).

Na primeru ranije analiziranog bunara RB-8, autori [14] kvantifikuju efekte procesa starenja tako što na hidrodinamičkom modelu simuliraju više testova crpenja

i analiziraju promenu vrednosti koeficijenta propusnosti za svaki od novih drenova. Tom prilikom, primenjen je unutrašnji granični uslov ravnomernog pijezometarskog nivoa. Uticaj unutrašnjeg otpora na pad pijezometarskog nivoa nije analiziran, uz stav autora da je zanemaren iz razloga niskih vrednosti brzina podzemnih voda.



Slika 5. (a) Šematizacija prostora obuhvaćenog numeričkim modelom u planu i profilu, sa graničnim uslovima; (b) diskretizacija uže zone simuliranog bunara sa horizontalnim drenovima (Lee et al., 2012)

Za potrebe analize optimalnog rasporeda drenova na dva bunara čija je izgradnja predviđena u okviru postojećeg izvorišta, zajedno sa procenom kapaciteta izvorišta, autori [32] su formirali 2D i 3D hidrodinamičke modele, prema metodi analitičkih elemenata. Regionalni model je urađen kao 2D, dok je lokalni model sadržao i vertikalnu komponentu kretanja podzemnih voda (3D). Dva modela su međusobno povezana na način koji je sličan *Telescopic Mesh Refinement* tehnici koja se koristi u hidrodinamičkim istraživanjima na modelima izrađenim u MODFLOW programu. Na modelu su analizirane lokacije izgradnje bunara u pogledu raspoloživog resursa podzemnih voda, broja, dužina i

kota utiskivanja drenova, procentualnog učešća površinskih voda u ukupno zahvaćenim podzemnim vodama i veličine doticaja po jedinici dužine drena. Drenovi su predstavljeni kao analitički elementi, pri čemu je svaki od njih bio podeljen na više segmenata male dužine kako bi se omogućila promena veličine doticaja duž drena. Matematički izraz za unutrašnji granični uslov je jednak onom koji koriste [18].

U cilju ispitivanja uticaja zahvatanja podzemnih voda i rada ustave na reci na hidrodinamički režim podzemnih voda, autori [55] su formirali numerički hidrodinamički model. Da modelu su analizirana dva procesa: širenje nadizdanske zone i kolmiranje dna korita reke. Aluvijalni sedimenti izdani su na modelu intenzivno diskretizovani u profilu. Debljina sloja u kojem su utisnuti drenovi odgovara prečniku drenova (0,2 m). U planu, mreža diskretnih polja ima promenljivu diskretizaciju, koja je formirana tako da u zoni bunara sa horizontalnim drenovima i zoni reke polja imaju manje dimenzije. Kalibracija modela je vršena automatskim postupkom. Način zadavanja bunara je bio specifičan: u zoni rasprostranjenja drenova zadata je zona sa većom propusnošću, dok je granični uslov druge vrste zadat u vidu vertikalnog bunara na mestu bunarskog šahta sa kapacitetom koji odgovara izmerenom i vremenski promenljivom kapacitetu bunara. Suštinski, reč je o pristupu simulacije bunara sa horizontalnim drenovima kao ekvivalentnog vertikalnog bunara velikog prečnika. Analiza kolmiranja rečnog dna nije vršena za čitav domen modela, već samo za površine u zoni dva bunara. Usvojeno je da se kolmiranje rečnog dna ne odvija kontinualno, već povremeno. Mehanizam koji je simuliran na modelu je takav da se taloženje sedimenata korita odvija u toku leta, kada je brana na reci podignuta u cilju obezbeđenja viših vodostaja u reci i nivoa podzemnih voda u izdani (i tim putem stabilnosti rada vodozahvatnih objekata). Erozijski kontakt reke i izdani se odvija u periodima kada je ustava na reci spuštena i u periodima intenzivnih padavina i većih vodostaja i proticaja na reci. Rezultati kalibracije modela su ukazali da je: efikasnost rada bunara prvenstveno uslovljena kolmiranjem rečnog korita, stvaranje zone aeracije ispod dna korita u najvećoj meri uslovljeno propusnošću korita, upravljanje vodostajem reke preko brane ima uticaja na rad bunara samo u periodima kada je propusnost dna korita veća.

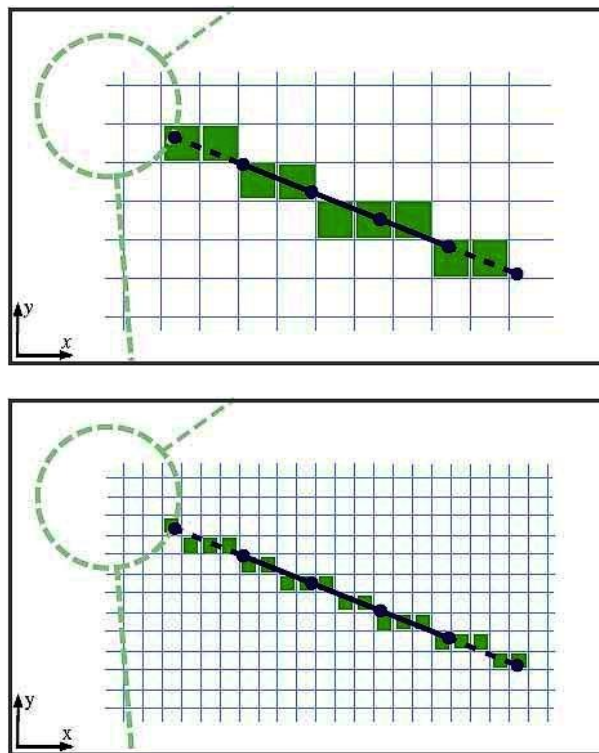
Na hidrodinamičkom modelu autori [1] su simulirali opit testiranja bunara sa horizontalnim drenovima. Tom

prilikom, autori su bunar predstavili preko modela dualnog kontinuuma. Pristup se zasniva na primeni izraženo različitih vodopropusnosti za izdani i bunar. Autori koriste analogiju kaverni i kanala u stenama karstne izdani, kod kojih postoji jasan kontrast propusnosti u odnosu na okolnu stensku masu. Model, u hidrauličkom smislu, koncipira istražni prostor kao dve sredine koje su u interakciji, tako što se bunar „prihranjuje“ doticajem iz izdani na račun razlike u pijezometarskim nivoima. Na ovaj način, bunar deluje kao izvor dreniranja izdani u privilegovanim pravcima, koji odgovaraju prostornom položaju drenova. Autori koriste matematički izraz za kapacitet bunara koji zavisi od razlike između nivoa u bunaru i nivoa u izdani, zajedno sa empirijskim koeficijentom provodljivosti (ili kako ga autori nazivaju „koeficijentom razmene toka“, eng. *coefficient of flow exchange*). Kalibracija modela je vršena pomoću statističkih pokazatelja usklađenosti rezultata proračuna sa vrednostima nivoa podzemnih voda izmerenim na terenu.

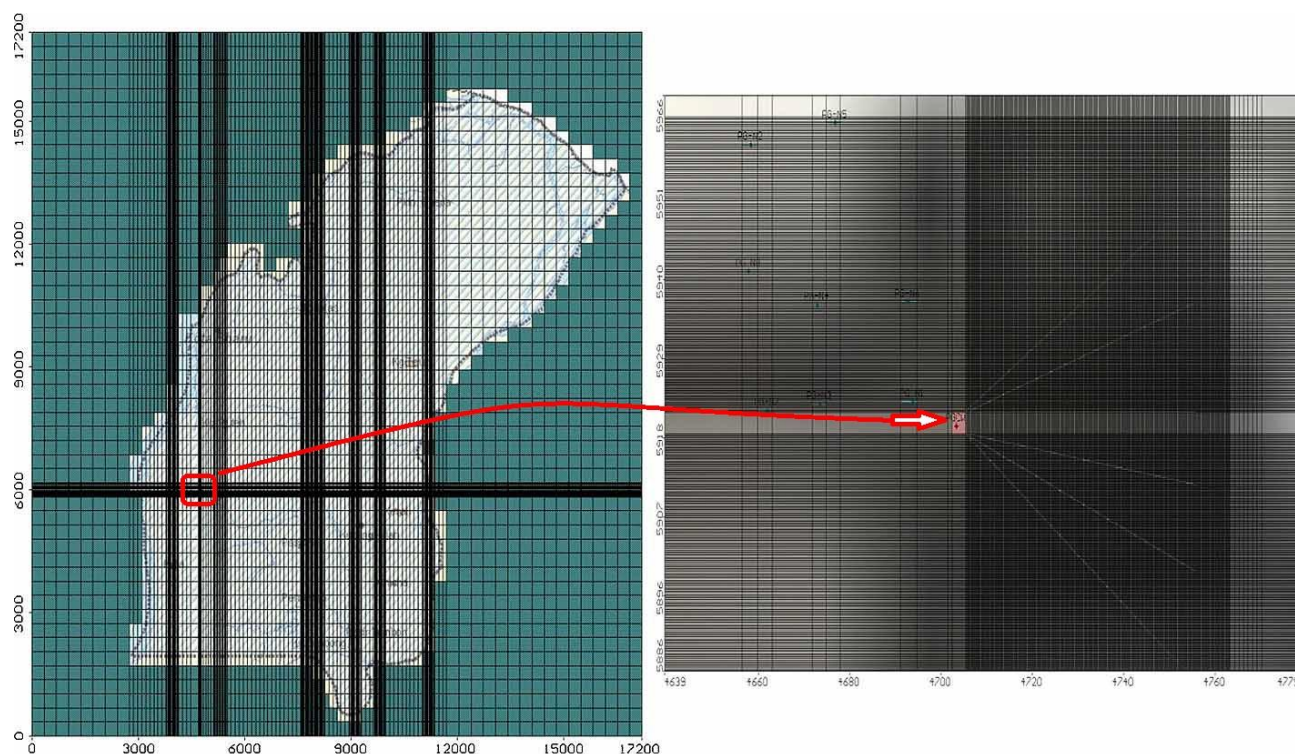
Autor [24] koristi pristupe koje su razvili [18] i [3] upotrebom metode analitičkih elemenata, da na numeričkom modelu razvijenom u metodi konačnih razlika i MODFLOW kodu predstavi hidraulički parametar otpora infiltraciji podzemnih voda iz izdani u dren. U skladu sa pristupom analitičkih elemenata, svaki od drenova je predstavljen preko niza diskretnih intervala u okviru kojih je zadat unutrašnji granični uslov. Za potrebe simulacije drenova na modelu autor je koristio *Drain* i *MNW2* numeričke pakete. Dodatno, autor je razvio proračunsku interpolacionu šemu prema kojoj je moguće prevazići ograničenje numeričke metode konačnih razlika tako da se i pored toga što diskretna polja u kojima se zadaje granični uslov nisu uklađena sa prostornom orijentacijom drenova, korekcijama u kodu programa, kao rezultat proračuna dobijaju pijezometarski nivoi duž stvarne trase drenova. Stepenn usklađenosti proračunske i stvarane trase drena zavisi prvenstveno od broja diskretnih delova na koje je podeljen analitički element (slika 6).

U radu [22], autori sprovode numeričku hidrodinamičku analizu u cilju definisanja optimalnog kapaciteta bunara sa horizontalnim drenovima pri kojem bi sniženje nivoa podzemnih voda na određenom rastojanju od bunara bilo manje od unapred definisane vrednosti. Hidrodinamički model je izrađen u MODFLOW

programu, sa promenljivom veličinom proračunskih polja u planu (slika 7). Slojevi na modelu su detaljno diskretizovani, tako da sloj u kojem su utisnuti drenovi ima debljinu jednaku prečniku drenova. Drenovi na modelu su simulirani preko *Drain* numeričkog paketa, pri čemu su filtracione karakteristike unutrašnjosti drena zadate sa nekoliko hiljada puta većom vrednošću u odnosu na vrednost koeficijenta filtracije vodonosne sredine, kako bi se simuliralo kretanje voda kroz cevi (tj. bez otpora, za razliku od kretanja kroz poroznu sredinu). Kalibracija modela je sprovedena preko statističkih pokazatelja za rezidualne pijezometarskog nivoa. U cilju analize uticaja bunara na nivo izdani, analizirani su različiti scenariji konfiguracije drenova, položaja drenova u profilu izdani, kapaciteta bunara i pojedinačnog kapaciteta drenova, kao i „radnog nivoa“ (nivoa podzemnih voda u bunarskom šahtu).



Slika 6. Uticaj različite veličine diskretnih polja u zoni drenova simuliranih preko *MNW2* paketa (Kelson, 2012)

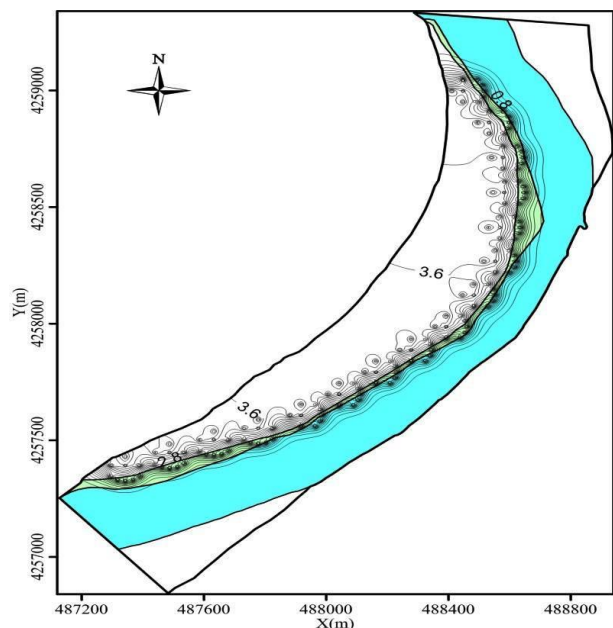


Slika 7. Primer diskretizacije prostora obuhvaćenog hidrodinamičkim modelom sa visokom rezolucijom diskretnih polja u zoni bunara sa horizontalnim drenovima (Ismail et al., 2012; prilagođeno)

Početni kapacitet bunara sa horizontalnim drenovima su na hidrodinamičkom modelu analizirali [40], na primeru bunara RB–8m, koji je izgrađen na izvorištu podzemnih voda Beograda. Model je imao tri hidrodinamička sloja, pri čemu slabije propusni međusloj nije imao kontinualno rasprostranjenje u oblasti obuhvaćenoj modelom. Predmetni bunar je na modelu simuliran detaljno i hidraulički realno, kao bunar sa horizontalnim drenovima, dok su okolni bunari na modelu zadati kao hidraulički ekvivalentni vertikalni bunari velikog prečnika. Granični uslov kojim je predstavljena reka Sava je podrazumevao zadavanje realne geometrije njenog korita, u skladu sa rezultatima terenskih ispitivanja. Za simulirane hidrogeološke i hidrodinamičke uslove, sprovedena je parametarska analiza zavisnosti početnog kapaciteta bunara od broja i dužine drenova, njihovog položaja u profilu izdani, kao i od filtracionih karakteristika sedimenata međusloja.

Na osnovu formiranog 3D hidrodinamičkog modela (primenom metode konačnih razlika), autori [23] razmatraju prednosti izrade bunara sa horizontalnim drenovima u aluvijalnoj izdani male debljine u odnosu na vertikalne bunare. Količina zahvaćenih podzemnih

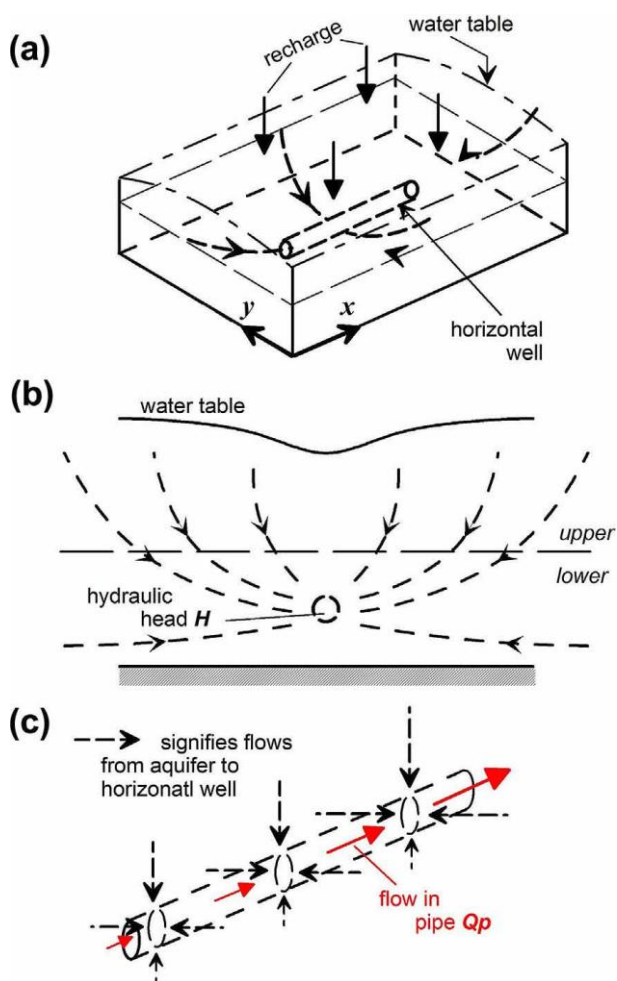
voda je definisana za različite hidrološke uslove vodotoka i interferenciju uticaja rada bunara. Kao što je to već uobičajeno, autori koriste koeficijent provodljivosti drenova da matematičkim putem predstave razmenu podzemnih voda između izdani i drenova. U modelu je uključena komponenta toka podzemnih voda koja se odnosi na kretanje kroz same drenove, pri čemu su analizirana tri karakteristična režima kretanja voda (laminarni, prelazni i turbulentni). Analizirane varijante su obuhvatile simulaciju 12 i 16 bunara, pri čemu je sniženje nivoa podzemnih voda u bunarima isto kod svih bunara i zajedničko za obe varijante konfiguracije vodozahvatnih objekata na izvorištu. Iako autori ne navode pristup predstavljanja bunara na modelu, na osnovu predstavljenih graničnih uslova i prikaza rezultata proračuna u vidu karte sniženja nivoa podzemnih voda, može se zaključiti da su bunari simulirani kao hidraulički ekvivalentni vertikalni bunari sa zadatom vrednošću pijezometarskog nivoa (slika 8). Dodatno, bunar sa horizontalnim drenovima nije predstavljen jednim vertikalnim bunarom velikog prečnika, već veći broj vertikalnih bunara simulira rad jednog bunara sa drenovima.



Slika 8. Grafički prikaz rezultata proračuna sniženja nivoa izdani na numeričkom modelu nastalog radom 16 bunara (JiaLu et al., 2013)

Autori [43] i [44] su saglasni sa stavom prethodno navedenih istraživača da rešavanje zadataka iz oblasti horizontalnih vodozahvatnih objekata treba da obuhvati sve tri komponente ili domena procesa kretanja podzemnih voda: kretanje podzemnih voda u izdani izvan zone uticaja bunara, kretanje u zoni uticaja bunara sve do ulaska podzemnih voda u filtersku konstrukciju i kretanje unutar same bunarske konstrukcije (slika 9). Na dvoslojevitom hidrodinamičkom modelu je analiziran specifičan vodozahvatni objekat – horizontalno i vertikalno zakrivljen bunar, odnosno cevna drenaža. Model je formiran primenom metode konačnih razlika. Mreža diskretnih polja kvadratnog oblika je imala promenljivu diskretizaciju (od 100x100 m u delu spoljnih kontura modela, do 10x10 m u zoni bunara). Vremenska diskretizacija je, takođe, bila promenljiva: osnovni vremenski korak je trajao sedam dana, dok je za potrebe simulacije šestodnevno opitnog crpenja bunara vremenski korak skraćen na svega 15 min. Doticaj u bunar je predstavljen preko koeficijenta provodljivosti, tj. koeficijenta otpora bunara, matematičkim izrazom koji koriste autori [31]. Budući da su tri komponente toka podzemnih voda koje su obuhvaćene simulacijom na modelu u interakciji (izvan uticaja bunara, u zoni uticaja bunara i u unutrašnjosti samog bunara), svaka od njih je određivana sprovođenjem iterativnog postupka sve dok nisu dobijena rešenja koja zadovoljavaju

kriterijume usklađenost izmerenih i proračunskih vrednosti analiziranih veličina. Konačno, autori su mišljenja da pretpostavka ravnomernog doticaja podzemnih voda u horizontalni bunar/drenažu nije opravdana, kao što nije opravdan ni ravnomeran nivo unutar vodozahvatnog objekta ovog tipa sa većom dužinom i manjim prečnikom cevi. Samim tim, granični uslov treće vrste je najreprezentativniji matematički prikaz realnog stanja.



Slika 9. Prikaz tri domena režima podzemnih voda na numeričkim modelima: (a) režim analiziranog dela terena, (b) režim pod uticajem rada bunara, (c) režim unutar samog bunara (Rushton & Brassington, 2013)

U radu [11], autori predstavljaju metod za simulaciju i analizu uticaja hidrauličkih gubitaka nelinearnog toka podzemnih voda unutar horizontalnog vodozahvatnog objekta (u opštem slučaju) na raspodelu doticaja

podzemnih voda iz izdani u vodozahvatni objekat, duž njegove filterske konstrukcije. Autori primenjuju utvrđenu metodologiju na primeru bunara sa horizontalnim drenovima. Analizirana je veličina doticaja u drenove hipotetičkog bunara na kojem postoje tri horizontalna drena (dužine 50 m), u slučaju bez uticaja otpora na račun trenja i sa uključenim efektom ovog hidrauličkog otpora. Rezultati ukazuju da uticaj unutrašnjeg otpora na raspodelu doticaja može biti značajan i u slučaju bunara sa horizontalnim drenovima, a ne samo kod horizontalnih bunara i drenaža, kao u što je to bio slučaj u prethodno analiziranim istraživanjima.

Autori [10] su analizirali razlike između različitih generacija MODFLOW numeričkog koda (MODFLOW–NWT i MODFLOW–USG), zatim numeričkih paketa za simulaciju bunara sa horizontalnim drenovima (Multi–Node Well, MNW i Connected Linear Network, CLN), kao i različite pristupe dodatnoj diskretizaciji modela lokalno u zoni bunara (*Telescopic Mesh Refinement* i *Nested Grid*). Autori su zaključili da su MODFLOW–USG program sa više raspoloživih tehnika lokalne diskretizacije domena i CLN numerički paket za simulaciju drenova, uključujući i efekte unutrašnjeg hidrauličkog otpora i različitih režima toka podzemnih voda unutar drenova, optimalan računarski „alat“ potreban za verodostojnu numeričku simulaciju bunara sa horizontalnim drenovima.

Na bazi zaključaka do kojih su došli [10], autori [6] su upotrebom CLN paketa za simulaciju realnog bunara sa horizontalnim drenovima (bunar RB–46 na beogradskom izvoristu podzemnih voda) vršili ispitivanje promene hidrauličkih karakteristika drenova na račun procesa starenja. Formirani hidrodinamički model je imao sedam slojeva, čija je geometrija dobijena kroz izradu detaljnog 3D hidrogeološkog modela. Pri tom, slabije propusni međuslojevi nisu zadati kontinualno u zoni šest bunara koji su obuhvaćeni modelom, već u skladu sa rezultatima litostratigrafske i hidrogeološke geostatističke analize. Diskretna polja su bila kvadratnog oblika, dimenzija 16x16 m, uz dodatnu lokalnu diskretizaciju u široj zoni geometrijski i hidraulički realno simuliranog bunara. Poguščavanje je izvršeno primenom pravougaone umetnute mreže (eng. *quadtree refinement* tehnika), sve do polja dimenzija 2x2 m. Unutrašnji granični uslov je bio uslov ravnomernog nivoa, dok su otpori na trenje unutar konstrukcije drenova zanemareni. Drenovi su simulirani pristupom hidraulički ekvivalentne propusnosti, tj. filtracionih karakteristika i debljine prifilterske zone.

U radu [28], autori su vršili komparaciju upotrebe strukturiranih i nestrukturiranih mreža na hidrodinamičkom modelu. U te svrhe, dva hidrodinamička modela sa istim parametrima sredine i graničnim uslovima su izrađeni u dvema numeričkim metodama – metodi konačnih razlika i metodi konačnih zapremina. Kao drugi deo sprovedenog istraživanja, autori su vršili optimizaciju geometrije bunara sa horizontalnim drenovima procenom uticaja dužine drenova, ugla između drenova i broja drenova, a sve u cilju ostvarivanja što manjeg sniženja nivoa podzemnih voda. Hidrodinamičkim istraživanjem su analizirana dva tipa bunara: uobičajeni bunar sa horizontalnim drenovima i specifični, kombinovani horizontalni bunar (koji se sastoji iz jednog dužeg horizontalnog bunara, iz kojeg su pod uglom u planu bušena po dva kraća lateralna bunara, pri čemu postoji više nizova takvih kraćih bunara; ovakvi bunari su prisutni u industriji eksploatacije nafte i gasa, gde su poznati kao eng. *fishbone wells*). Iako je analiziran hipotetički bunar sa horizontalnim drenovima, usvojena je neuobičajeno velika dužina drenova (200 m). U strukturiranom modelu, korišćena je mreža diskretnih polja kvadratnog oblika. U slučaju nestrukturirane mreže, korišćeni su tzv. Voronojevi poligoni. Budući da je diskretizacija strukturirane mreže bila gruba, tj. dimenzije polja isuviše velike, proračun na modelu bunara sa horizontalnim drenovima je rezultirao znatno višim nivoima podzemnih voda u odnosu na finije diskretizovanu nestrukturiranu mrežu, primenjenu kod kombinovanog horizontalnog bunara. Razlog ovakvog stanja je taj što neadekvatnim dimenzijama polja ne mogu biti ostvareni strmi gradijenti nivoa izdani u zoni drenova bunara i izraženi 3D karakter strujanja.

Hidrodinamička istraživanja bunara beogradskog izvorišta upotrebom MODFLOW–USG koda i CLN numeričkog paketa su nastavljena uporednom analizom prognoziranih efekata formiranja novih drenova na dva bunara i to na koti postojeće lepeze i na dubini većoj u odnosu na kotu postojećih drenova, [7]. Formiranje hidrodinamičkih modela je rezultiralo definisanjem potencijala lokacija na kojima su bunari izgrađeni u pogledu količina podzemnih voda koje se mogu zahvatati optimalnim režimom eksploatacije bunara.

Na primeru bunara sa novoutisnutim drenovima RB–16, autori [38] analiziraju uticaj propusnosti sedimenata rečnog dna na strujanje podzemnih voda prema bunaru. Isti bunar je bio predmet hidrodinamičkih ispitivanja tokom 2017. godine [39], kao i 2018. godine [13] sa

aspekta definisanja metodologije određivanja kapaciteta bunara u zavisnosti od vrednosti maksimalno dozvoljenih ulaznih brzina podzemnih voda u drenove, koje proizilaze iz parametara indikatora procesa biohemijskog kolmiranja.

Autori [8] su nastavili sa istraživanjima uzroka i dinamike starenja bunara putem analize promene hidrauličkih karakteristika drenova. Istraživanje je započeto prethodnim analiziranjem efekata rada pet bunara na kojima su u periodu 2005–2008. godine utisnuti novi drenovi. Zatim je jedan od pet bunara (bunar RB–5m) odabran za detaljna hidrodinamička istraživanja, koja su realizovana izradom numeričkog modela. Na modelu su simulirani ostvareni i registrovani efekti rada bunara tokom desetogodišnjeg perioda eksploatacije podzemnih voda. Po prvi put u praksi hidrodinamičkih istraživanja ovog tipa vodozahvatnog objekta u Srbiji, kvantifikovan je uticaj hidrauličkih gubitaka unutar drenova. Utvrđeno je da su stvarni uzroci starenja obnovljenih bunara višestruki, tj. da nisu vezani samo za prirodne uslove vodonosne sredine (sadržaj rastvorenog gvožđa u zahvaćenim podzemnim vodama) i vrednosti ulaznih brzina podzemnih voda na konturi drenova, kao što se to prethodno smatralo. Autori su utvrdili da su na drenovima analiziranog bunara prisutna dva različita oblika kolmiranja – mehaničko i biohemijsko. Uzrok mehaničkog kolmiranja je vezan za kvalitet samih drenova, tj. ugrađenog filterskog zasipa i dimenzija otvora na filterskoj konstrukciji drenova. Na ovaj način narušena hidraulička sposobnost drenova je predisponirala dalji razvoj starenja bunara, putem taloženja gvožđa u poremu prostoru prifilterske zone, koju predstavlja filterski zasip drenova. Autori su predložili nov način izražavanja hidrauličke funkcionalnosti drenova, koji se može primeniti i na drugim vodozahvatnim objektima u intergranularnoj poroznoj sredini (vertikalnim i horizontalnim bunarima, drenažama), kao i nov pristup kvantifikovanja procesa starenja bunara putem numeričke hidrodinamičke analize.

#### 4. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK

Numeričko hidrodinamičko modeliranje je nezamenljiva metoda rešavanja praktičnih i istraživačkih zadataka u oblasti eksploatacije i zaštite resursa podzemnih voda u izdani zbijenog tipa i izvorištima na kojima se zahvatanje podzemnih voda vrši preko bunara sa horizontalnim drenovima. Rad predstavlja pokušaj da se prvenstveno istraživačima

u Srbiji bliže predstavi istorijat i razvoj hidrodinamičkih istraživanja bunara sa horizontalnim drenovima, imajući u vidu da se bunarima ovog tipa dominantno vrši eksploatacija podzemnih voda na izvorištima Beograda i Novog Sada, kao najvećim u okviru izdani zbijenog tipa i sa aspekta količine zahvaćenih podzemnih voda.

Uobičajeno je da se bunari sa horizontalnim drenovima u okviru analitičkih i numeričkih modela predstavljaju preko unutrašnjeg graničnog uslova ravnomernog proticaja (eng. *Uniform Flux Boundary Condition*) ili graničnog uslova ravnomernog pijezometarskog nivoa unutar drenova (eng. *Uniform Head Boundary Condition*). Granični uslov ravnomernog nivoa je zahtevno matematički inkorporirati u analitičkim modelima, zbog čega se po pravilu koristi manje verodostojan uslov ravnomernog proticaja, tj. doticaja duž filterske konstrukcije bunara. U slučaju numeričkih metoda u oblasti hidrodinamičkih istraživanja bunara sa horizontalnim drenovima (i uopšteno horizontalnih bunara) takvo ograničenje ne postoji, što je jedna od najvažnijih preporuka njihove upotrebe.

U rešavanju kompleksnih problema u oblasti dinamike podzemnih voda, a takvi su gotovo bez izuzetka svi realni uslovi terena, umesto analitičkog matematičkog pristupa (kojim se mogu simulirati samo pojednostavljeni, hipotetički uslovi) potrebno je primeniti numerički pristup za opisivanje složenih graničnih uslova, složene geometrije šematizovanih delova hidrogeološke sredine i prostorno promenljivih vrednosti hidrogeoloških parametara vodonosne sredine u okvirima analiziranog prostora obuhvaćenog modelom.

Rezultati hidrodinamičkih istraživanja sprovedenih u oblasti bunara sa horizontalnim drenovima, predstavljenih u ovom radu, ukazuju da treba težiti sagledavanju i analizi sva tri aspekta kretanja podzemnih voda: pod uticajem izvora prihranjivanja i dreniranja izdani izvan zone uticaja bunara, u zoni uticaja rada bunara i kretanja unutar samog bunara. Istraživanja realizovana u poslednje dve decenije daju snažnu preporuku za primenom hidraulički realnog umesto hidraulički ekvivalentnog pristupa predstavljanja bunara na hidrodinamičkim modelima. Ovaj pristup podrazumeva uključivanje otpora i aspekta kretanja podzemnih voda unutar samih drenova u okviru numeričke hidrodinamičke analize.

Proces filtracije podzemnih voda kroz poroznu, vodonosnu sredinu i prifiltersku zonu drenova se ne završava na konturi drenova (odnosno bunara u opštem slučaju). Na putu daljeg toka podzemnih voda, dodatni gubici se javljaju na ulasku podzemnih voda u otvore na filterskoj konstrukciji drenova, kao i unutar samih drenova. U praksi numeričkih modelskih hidrodinamičkih istraživanja, po pravilu se ne raspolaze podacima potrebnim za definisanje uticaja svih vrsta hidrauličkih gubitaka vezanih za kretanje podzemnih voda unutar drenova (ili je ono značajno samo sa teorijskog, a ne i praktičnog aspekta). Međutim, gubitke na trenje o zidove filterskih cevi, kao dominantne po uticaju na pad pijezometarskog nivoa unutar drenova, moguće je zadovoljavajuće aproksimativno kvantifikovati. U tom smislu, prvi koraci u oblasti hidrodinamičkog modeliranja kretanja podzemnih voda pod uticajem rada bunara sa horizontalnim drenovima na izvorištu Beograda su napravljeni.

## ZAHVALNOST

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije za finansiranje projekata „OI-176022“, „TR-33039“ i „III-43004“.

## LITERATURA

- [1] Appiah-Adjei E.K., Shu L., Amaning Adjei K., Lu C. and Deng M.: Interpretation of Pumping Test with Radial Collector Well Using a Reservoir Model, *Journal of Hydrologic Engineering*, 17(12), 2012.
- [2] Babac D. i Babac P.: Bunari sa horizontalnim drenovima, teorija, praksa, primeri proračuna, Balby International, Beograd, 2008.
- [3] Bakker M., Kelson V.A. and Luther K.H.: Multilayer Analytic Element Modeling of Radial Collector Wells, *Groundwater*, 43(6), 2005.
- [4] Bear J.: Dynamics of fluids in porous media, Dover, New York, 1972.
- [5] Bear J. and Cheng A.H.-D.: Modeling groundwater flow and contaminant transport, Springer, 2010.
- [6] Božović Đ., Polomčić D. i Bajić D.: Hidrodinamička simulacija i analiza režima podzemnih voda pod uticajem bunara sa horizontalnim drenovima (primer beogradskog izvorišta), *Tehnika*, 66(5), 2015.
- [7] Božović Đ., Polomčić D. i Bajić D.: Hidrodinamička analiza opravdanosti utiskivanja novih drenova na većoj dubini na bunarima beogradskog izvorišta podzemnih voda, *Vodoprivreda*, 48(282–284), 2016.
- [8] Božović Đ., Polomčić D., Bajić D. and Ratković J.: Hydrodynamic analysis of radial collector well ageing at Belgrade well field, *Journal of hydrology*, 582, 2019.
- [9] Chen C., Wan J. and Zhan H.: Theoretical and experimental studies of coupled seepage-pipe flow to a horizontal well, *J. of Hydrol.*, 281(1–2), 2003.
- [10] Dahlstrom D.J., Janzen A.K., Rash V.D. and Mechenich M.F.: Simulating collector wells – a comparison of methods, In: Maxwell R., Hill M., Tonkin M. (Eds.), *MODFLOW and More 2015: Modeling a Complex Integrated Groundwater Modeling*, 2015.
- [11] David I., Grđinaru C., Gabor C., Vlad I. and Stefanescu C.: Mathematical modelling of groundwater flow coupled with internal flow in drainage pipe situated in a bounded shallow aquifer, *New Developments in Pure and Applied Mathematics*, 2015.
- [12] Dimkić M., Krstić M., Filipović N., Stojanović B., Ranković V., Otašević L., Ivanović M., Nedeljković M., Tričković M., Pušić M., Boreli-Zdravković Đ., Đurić D. and Kojić M.: Comparison of Different Configurations of Ranney Wells Using Finite Element Modeling, *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, 1(1), 2007.
- [13] Dimkić M. and Pušić M.: A new approach to the definition of design criteria for radial collector wells in anoxic settings, *Geološki anali Balkanskog poluostrva*, 79(1), 2018.
- [14] Dimkić M., Pušić M., Vidović D., Isailović V., Majkić B. and Filipović N.: Numerical Model Assessment of Radial-Well Aging, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 25(1), 2010.
- [15] Dotlić M., Vidović D., Pokorni B., Pušić M. and Dimkić M.: Second-order accurate finite volume method for well-driven flows, *Journal of Computational Physics*, 307, 2013.



- [16] Gidley, H.K.: Installation and performance of radial collector wells in Ohio River gravels, *Journal of American Water Works Association*, 44(12), 1952.
- [17] Gurunadha Rao V.V.S. and Gupta S.K.: Mass transport modelling to assess contamination of a water supply well in Sabarmati river bed aquifer, Ahmedabad City, India, *Environmental Geology*, 39(8), 2000.
- [18] Haitjema H., Kuzin S., Kelson V. and Abrams D.: Modeling flow into horizontal wells in a Dupuit–Forchheimer model, *Groundwater*, 48(6), 2010.
- [19] Hantush M.S.: *Hydraulics of Wells*, *Advances in Hydroscience*, 1, 1964.
- [20] Hantush M.S. and Papadopoulos I. S.: Flow of Ground Water to Collector Wells, *Journal of the Hydraulics Division*, 88 (5), 1962.
- [21] Hunt H., Schubert J. and Ray C.: *Conceptual Design of Riverbank Filtration Systems*, In: Ray C., Melin G. and Linsky R.B. (Eds.), *Riverbank Filtration Improving Source–Water Quality*, Springer, Dordrecht, 2002.
- [22] Ismail W.M.Z.W., Yusoff I. and Rahim B–e.E.A.: Simulation of horizontal well performance using Visual MODFLOW, *Envir. Earth Sci.*, 68, 2012.
- [23] JiaLu X., XiaoMeng C. and Qian G.: Analysis of water–taking effect of radial collector well in the Yellow River Valley, *International Journal of Environmental Sciences*, 3(6), 2013.
- [24] Kelson V.: Predicting Collector Well Yields with MODFLOW, *Groundwater*, 50(6), 2012.
- [25] Lee E., Hyun Y. and Lee K.: Numerical modeling of groundwater flow into a radial collector well with horizontal arms, *Geoscience Journal*, 14(4), 2010.
- [26] Lee E., Hyun Y., Lee K.–K. and Shin, J.: Hydraulic analysis of a radial collector well for riverbank filtration near Nakdong River, South Korea, *Hydrogeology Journal*, 20(3), 2012.
- [27] Lieuallen–Dulam K.K. and Sawyer S.C.: Implementing intrawell, intercell flow into finite–difference ground–water flow model, *Journal of hydrologic engineering*, 2(3), 1997.
- [28] Lux M., Szanyi J. and Tóth T.M.: Evaluation and optimization of multi–lateral wells using MODFLOW unstructured grids, *Open Geosciences*, 8(1), 2016.
- [29] Milojević M.: Interference of radial collector well adjacent to river bank, *Symposium of Intern. assoc. of scientific hydrology*, Athens, 1961.
- [30] Milojević M.: Radial collector wells adjacent to the riverbank, *Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 89(6), 1963.
- [31] Mohamed A. and Rushton K.: Horizontal wells in shallow aquifers: Field experiment and numerical model, *Journal of hydrology*, 329(1–2), 2006.
- [32] Moore R., Kelson V., Wittman J. and Rash V.: A Modeling Framework for the Design of Collector Wells, *Groundwater*, 50(3), 2011.
- [33] Munson B.R., Young D.F., Okiishi T.H. and Huebsch W.W.: *Fundamentals of fluid mechanics*, sixth ed., Wiley, New York, 2009.
- [34] Nagy–Kovács Z., Balázs L., Simon E. and Fleit E.: Operational strategies and sdaptation of RBF well construction to cope with climate change effects at Budapest, Hungary, *Water*, 10(12), 2018.
- [35] Ophori D.U. and Farvolden R.N.: A Hydraulic Trap for Preventing Collector Well Contamination: A Case Study, *Groundwater*, 23(5), 1985.
- [36] Park E. and Zhan H.: Hydraulics of a finite–diameter horizontal well with wellbore storage and skin effect, *Advanc. in water resources*, 25(4), 2002.
- [37] Patel H.M., Eldho T.I. and Rastogi A.K.: Simulation of Radial Collector Well in Shallow Alluvial Riverbed Aquifer Using Analytic Element Method, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 136(2), 2010.
- [38] Pušić M. i Dimkić M.: *Primer analize uticaja propusnosti rečnog dna i međusloja izdani na strujanje podzemnih voda ka bunaru*, 15. srpski simpozijum o hidrogeologiji sa međunarodnim učešćem, 14–17. septembar 2016., Kopaonik, 2016.
- [39] Pušić M. and Dimkić M.: Comparative assessment of radial collector well elements with a new approach, *Geološki anali Balkan. poluost.*, 78, 2017.
- [40] Pušić M., Dimkić M., Vidović D., Dotlić M. i Oparušić I.: *Analiza uticaja nekih hidrogeoloških*

- parametara na početni kapacitet bunara sa horizontalnim drenovima, *Vodoprivreda*, 44(258–260), 2012.
- [41] Ray C., Grischek T., Schubert J., Wang, Z. and Speth T.F.: A perspective of riverbank filtration. *J. Am. Water Works Assoc.*, 94(4), 2002.
- [42] Rushton K.R.: *Groundwater Hydrology: Conceptual and Computational Models*, John Wiley & Sons Ltd., England, 2006.
- [43] Rushton K.R. and Brassington F.C.: Hydraulic behaviour and regional impact of a horizontal well in a shallow aquifer: example from the Sefton Coast, northwest England (UK), *Hydrogeo. Jour.*, 21, 2013.
- [44] Rushton K.R. and Brassington F.C.: Significance of hydraulic head gradients within horizontal wells in unconfined aquifers of limited saturated thickness, *Journal of Hydrology*, 492(7), 2013.
- [45] Samani N., Kompani-Zare M., Seyyedian H. and Barry D.A.: Flow to horizontal drains in isotropic unconfined aquifers, *J. of Hydrol.*, 324(1–4), 2005.
- [46] Sawyer C.S. and Lieuallen-Dulam K.K.: Productivity comparison of horizontal and vertical ground water remediation well scenarios, *Groundwater*, 36(1), 1998.
- [47] Schafer D.C.: Use of aquifer testing and groundwater modeling to evaluate aquifer/river Hydraulics at Louisville Water Company, Louisville, Kentucky, USA, In: Hubbs S.A. (ed.) *Riverbank Filtration Hydrology*, Nato Science Series: IV: Earth and Environmental Sciences, 60, Springer, Dordrecht, 2006.
- [48] Speake R.C, Trojan M. and Wang Z.Z.: Modeling the performance of a horizontal groundwater recovery well, Fifth national outdoor action conference on aquifer restoration, ground water monitoring and geophysical methods, Las Vegas, United States, 13–16 May, 1991.
- [49] Wang Q. and Zhan H.: Intrawellbore kinematic and frictional losses in a horizontal well in a bounded confined aquifer, *Water Resources Research*, 53(1), 2016.
- [50] Wang W., Chen P., Zheng Q., Zheng X. and Lu K.: A modified calculation model for groundwater flowing to horizontal seepage wells, *Journal of Earth System Science*, 122(2), 2013.
- [51] Wang W. and Zhang G.: Numerical simulation of groundwater flowing to horizontal seepage wells under a river, *Hydrogeology Journal*, 15, 2007.
- [52] Yeh H–D. and Chang Y.–C.: Recent advances in modeling of well hydraulics, *Advances in Water Resources*, 51, 2013.
- [53] Zhan H.: Analytical study of capture time to a horizontal well, *J. of Hydrol.*, 217(1–2), 1999.
- [54] Zhan H. and Zlotnik V.A.: Groundwater flow to a horizontal or slanted well in an unconfined aquifer, *Water resources research*, 38(7), 2002.
- [55] Zhang Y., Hubbard S. and Finsterle S.: Factors governing sustainable groundwater pumping near a river, *Groundwater*, 49(3), 2011.

AN OVERVIEW OF HYDRODYNAMIC RESEARCH OF  
RADIAL COLLECTOR WELLS BY NUMERICAL METHODS

by

Đorđije BOŽOVIĆ  
PUC Belgrade Waterworks & Sewerage  
Dušan POLOMČIĆ, Dragoljub BAJIĆ  
Faculty of Mining and Geology, Belgrade

## Summary

An overview of select hydrodynamic investigations by numerical methods for the simulation of groundwater flow to radial collector wells is presented in the paper. The most important aspects of hydrodynamic modeling are discussed with reference to mathematical and hydraulic treatment, as well as numerical simulation. The methodology includes the selection of: (a) boundary conditions to simulate natural conditions, sources of recharge and aquifer drainage; (b) the level of spatial discretization of the model domain in plan view and elevation; (c) numerical methods and modeling codes and packages for the simulation of lateral screens, along with techniques for specifying laterals; and (d) inner boundary conditions that more-or-less effectively approximate real conditions. The theory of horizontal well hydraulics recognizes the selection of the inner boundary condition as the most important challenge. Even though at a relatively small distance from the lateral the difference between a boundary condition of uniform flow to the lateral and uniform hydraulic head

inside the lateral is virtually negligible, the investigations analyzed in the paper reflect the dominant position that uniform head within the lateral is the hydraulically more adequate boundary condition. In view of the numerous hydraulic resistances associated with the laterals (in their near-screen zone, at the screen slots and within the laterals), and the interactions among the laterals of a single well, neither the flow to the lateral nor the head on the outer contour or within the lateral are linear or uniform. As such, a mixed-type boundary condition is the closest approximation of real conditions. Consequently, the focus should be on including and analyzing the dominant hydraulic resistances along the groundwater flow path through the laterals to the well caisson.

Key words: horizontal wells, in-well hydraulics, analytical models, numerical models, groundwater modeling

Redigovano 6.11.2020.