

## Simulacija isticanja odabranih karstnih vrela pirotske kotline

Saša Milanović, Branislav Petrović, Vesna Ristić Vakanjac, Ljiljana Vasić, Veljko Marinović, Petar Vojnović



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Simulacija isticanja odabranih karstnih vrela pirotske kotline | Saša Milanović, Branislav Petrović, Vesna Ristić Vakanjac, Ljiljana Vasić, Veljko Marinović, Petar Vojnović | Vodoprivreda | 2022 | |

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0006893>

## SIMULACIJA ISTICANJA ODABRANIH KARSTNIH VRELA PIROTSKE KOTLINE

Saša MILANOVIĆ, Branislav PETROVIĆ, Vesna RISTIĆ VAKANJAC, Ljiljana VASIĆ,  
Veljko MARINOVIĆ, Petar VOJNOVIĆ  
Rudarsko-geološki fakultet u Beogradu, Departman za hidrogeologiju, Centar za hidrogeologiju karsta

### REZIME

Analiza recesije, autokorelaciona i kroskorelaciona analiza vremenskih serija padavina i isticanja podzemnih voda karstnih vrela Krupac i Gradište (Stara planina, JI Srbija) izvršena je radi formiranja stohastičkog autoregresivno-krosregresivnog modela (ARCR) i kratkoročne prognoze dnevnih vrednosti izdašnosti. Usled postojanja heterogenosti i anizotropnosti karstne izdani veoma je komplikovano i zahtevno odrediti prostornu distribuciju podzemnih voda u okviru karstnog hidrogeološkog sistema, te je primenljivost determinističkih modela minimizirana. Stoga je upotreba stohastičkog modela u ovom slučaju svrsishodnija. Autokorelogram izdašnosti vrela Krupac pokazao je da memorija sistema iznosi oko 30 dana, a memorija sistema vrela Gradište 14 dana. Kroskorelogram izdašnosti vrela Krupac i padavina pokazuje da je reakcija velikih karstnih kanala sa kašnjenjem od pet dana, dok je statistički uticaj padavina na isticanje vrela Krupac do 25 nakon čega uticaj padavina na izdašnost postaje beznačajan. Kroskorelogram izdašnosti vrela Gradište i padavina ukazuje da je reakcija velikih karstnih kanala sa kašnjenjem od pet odnosno sedam dana. Analizom primenjenog modela ustanovljeno je da su periodi visokih i srednjih voda dobro simulirani, dok su najveće oscilacije u periodu recesije (niske vode), stoga je na podatke o padavinama primenjen filter linearnog pokretnog proseka. Transformisani ARCR-MA model dao je mnogo bolje rezultate u periodu niskih voda, dok su rezultati simulacije gotovo isti u periodima visokih i srednjih voda. Model je pokazao dobro poklapanje izmerenih i prognoziranih vrednosti isticanja na karstnim vrelima, uz koeficijente korelacije  $R_K = 0.9739$  i  $R_G = 0.980$ , što omogućava relativno pouzdanu kratkoročnu prognozu dnevnih isticanja karstnih vrela.

**Ključne reči:** karstno vrelo, recesija, autokorelacija, kroskorelacija, ARCR MA model, JI Srbija

### 1. UVOD

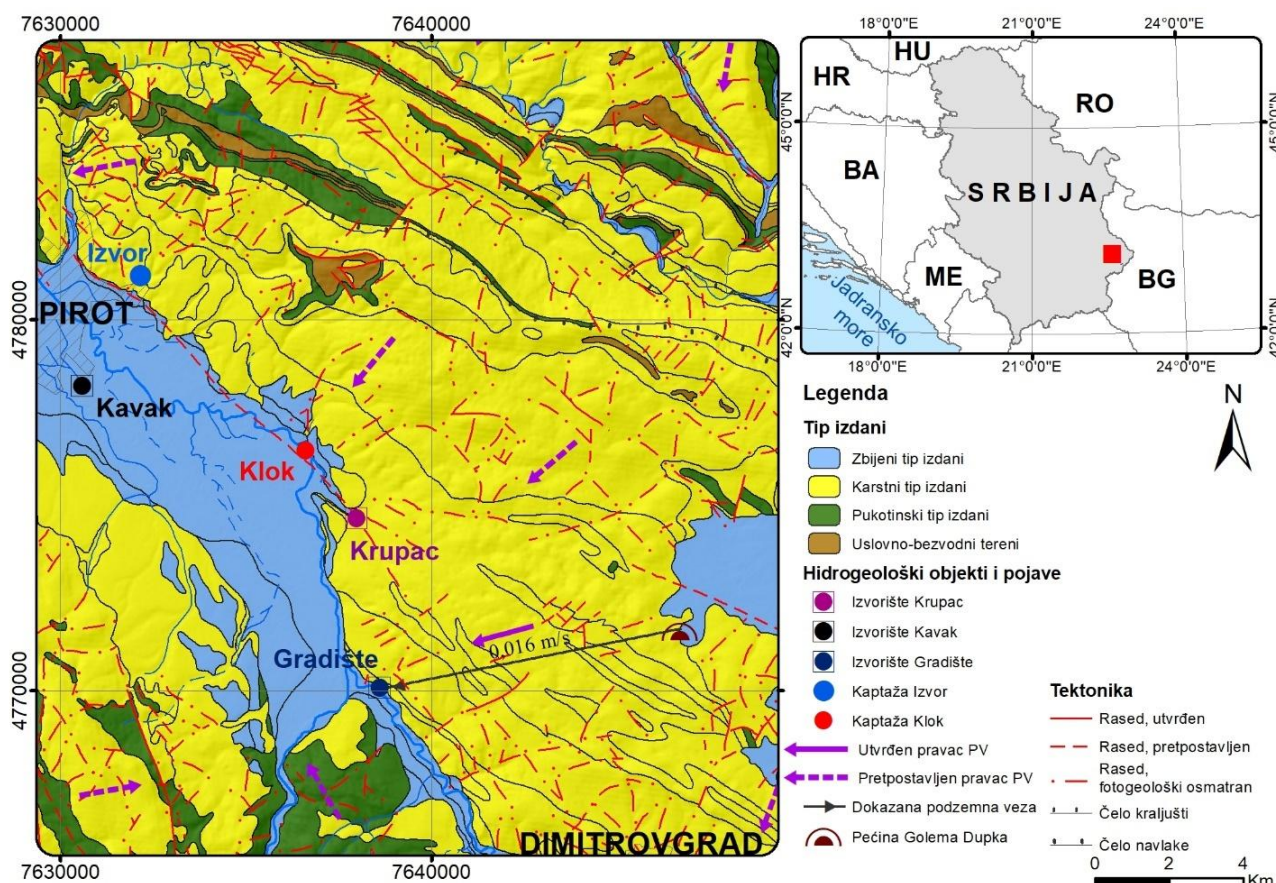
Imajući u vidu da karst može akumulirati značajne količine podzemnih voda odličnog kvaliteta, karstne izdani predstavljaju jedan od značajnih resursa pitke vode. Procena je da oko 9% svetske populacije koristi karstne podzemne vode za piće (Stevanović, 2019). Među njima se nalazi i stanovništvo Srbije jer se za vodosnabdevanje koristi oko 23 m<sup>3</sup>/s podzemne vode, a oko 18% podzemnih voda koje se koriste, potiče upravo iz karstnih izdani (Polomčić et al. 2011, 2021). Sa druge strane Srbija raspolaže sa oko 600 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>/god, odnosno 19 m<sup>3</sup>/s karstnih podzemnih voda kao potencijalnih eksploatacionih rezervi (Stevanović, 1995). Iako ova količina vode može podmiriti sve potrebe naselja i industrije u oblastima gde je karst zastupljen, problem pri eksploataciji karstnih podzemnih voda jeste, često veoma izražena, sezonska promenljivost kvaliteta i kvantiteta tokom hidrološke godine. Iako su podzemne vode nosioci ukupnog vodosnabdevanja i obezbeđuju kvalitetnom pijaćom vodom oko 75% stanovništva Srbije, one nisu dovoljno istražene, pre svega sa aspekta kontinuiteta režimskih osmatranja kvantiteta i kvaliteta. Sezonske oscilacije nivoa tj. rezervi podzemnih voda u karstu mogu ugroziti lokalno vodosnabdevanje u pogledu količina koje su na raspolaganju, dok kiše jakog intenziteta i poplavni talasi, iako povećavaju količinu raspoložive vode, izazivaju pogoršanje kvaliteta karstnih podzemnih voda, pre svega mutnoće i mikrobioloških karakteristika (Petrović & Marinović, 2020). Stoga je dugoročno ili kratkoročno predviđanje oscilacija režima karstnih podzemnih voda višestruko korisno (Stevanović, 2015). U pogledu kvantiteta podzemnih voda, izuzetno je važno predvideti ekstreme: minimalne i maksimalne vrednosti isticanja na karstnim vrelima. Na taj način moguće je predvideti kada će i koliko trajati prekidi u vodonabdevanju sa određenog karstnog izvora usled nedovoljnih količina koje ističu ili nailaska poplavnog talasa koji uslovljava pogoršanje kvaliteta.

Karakterizacija karstnih podzemnih voda zasniva se na definisanju geoloških i hidrogeoloških karakteristika i parametara, kojima prethodi geometrizacija izdani, u smislu određivanja površine sliva i dubine karbonatnih stena (Stevanović, 2015). Nakon prostornog definisanja vodonosnog sloja – karstne izdani, definisanje kvantiteta obuhvata statističke i/ili matematičke metode ocenjivanja režima karstnog vrela. Imajući u vidu heterogenost i anizotropnost karstne izdani formirane u krečnjacima, primenljivost determinističkih modela je još uvek niska, budući da je praktično nemoguće predvideti prostornu distribuciju podzemnih voda u okviru karstnog hidrogeološkog sistema. Stoga su se raniji pokušaji sa *EPM* (engl. *Equivalent Porous Media*) modelima ili transformacijama *FeFlow* komponenti u praksi završili neuspešno. Poslednjih godina aplikacije *USG* (engl. *Unstructured Grid*) komponenti daju nadu da će se u budućnosti uspešnije modelirati i karstna izdan (Panday et al. 2013; Krešić, 2013; Kresic & Panday, 2017). U slučaju simulacije isticanja

podzemnih voda karstnih vrela Krupac i Gradište, a za potrebe definisanja rezervi podzemnih voda, kao i radi kratkoročne prognoze kvantitativnih karakteristika karstnih vrela primenjen je autoregresivno – krosregresivni model (ARCR), uz odgovarajući interval sigurnosti.

## 2. OPŠTE KARAKTERISTIKE ISTRAŽNOG PODRUČJA

Istražni prostor nalazi se na jugoistoku Srbije, oko 300 km od Beograda (Slika 1), na teritoriji grada Pirotа. Karstna vrela Krupac i Gradište zajedno sa vrelom Kavak čine glavni sistem za vodosnabdevanje grada Pirotа. Kapaciteti svih izvorišta iznose  $Q_{sr} = 300$  l/s. JP "Vodovod i kanalizacija" Pirot obezbeđuje pijaćom vodom oko 58.000 žitelja grada i obližnjih sela. Stalnu kontrolu kvaliteta vode vrši Zavod za zaštitu zdravlja Pirot.



Slika 1. Geografski položaj vrela Krupac i Gradište i pojednostavljena hidrogeološka karta šire oblasti istraživanja

Srednja godišnja suma padavina u periodu 1991 – 2020 iznosila je 584,3 mm na meteorološkoj stanici Pirot tj. 663,6 mm na MS Dimitrovgrad (RHMZ Srbije). Prosečna suma padavina na mesečnom nivou raste u prvoj polovini godine, do jula meseca, nakon čega opada u drugoj polovini godine, do decembra meseca. Za isti period (1991-2020) prosečna temperatura vazduha iznosila je 11,8 °C.

Teritorija opštine Pirot pripada slivu Nišave koja je najveća desna pritoka Južne Morave. Površina sliva Nišave iznosi 4.068 km<sup>2</sup>. Nizvodno od Pirota kod sela Staničenje u Nišavu se uliva i njena druga najveća desna pritoka Temštica. Ovaj tok kao i Nišava formira se, takođe, u Bugarskoj (15% sliva), a najveći deo voda dobija od Dojkinačke, Jelovičke i Toplodolske reke. Temštica je dugačka 70,6 km, sa površinom sliva od oko 820 km<sup>2</sup>. Gradašnička reka je desna pritoka Nišave. Ona u gornjem toku nosi naziv Dobrodolska reka, dužine je 17 km, i usekla je veoma lep kanjon od sela Gradašnica nizvodno do sela Dobri Do.

U pogledu geomorfoloških karakteristika jasno se izdvaja ravničarska i brdsko-planinska oblast. Ravničarsku oblast čini blago ustalasani reljef Pirotske kotline koji je predisponiran rasednim strukturama i nalazi se na prosečnoj nadmorskoj visini od 400 m. Sa druge strane najveći deo područja je planinskog karaktera. Severoistočno i istočno od Pirota duž granice prema Bugarskoj pruža se planinski venac Stare planine. Geološki sastav Stare planine čine magmatiti i metamorfiti prekambrijuma i paleozoika, dok se mlađe jedinice odlikuju raznolikim litološkim sastavom. Teren u najvećoj meri izgrađuju mezozojski sedimenti koji su predstavljeni krečnjacima, peščarima, konglomeratima, dolomitima, laporcima i glincima. Mlađi tercijarni i kvartarni sedimenti prekrivaju prostor neposredno uz reku Nišavu, a u litološkom smislu reč je najčešće o peskovima, šljunkovima i glinama.

Prema tipu poroznosti stena u kojima je formirana izdan, na istražnom području izdvojeni su zbijeni, pukotinski i karstni tip izdani. Sa hidrogeološkog aspekta među izdvojenim tipovima izdani postoje i stenske mase koje mogu imati funkciju hidrogeološkog izolatora, ali samo u njihovim dubljim delovima. Zbijeni tip izdani formiran je u okviru nevezanih klastičnih sedimenata kvartarne i neogene starosti. Ova izdan prihranjuje se najvećim delom na račun infiltracije voda rečnih tokova, zatim infiltracijom voda atmosferskog taloga i delom podzemnim isticanjem iz karstne izdani u delovima terena gde postoji direktan kontakt ovih naslaga. Pukotinski tip izdani formiran je u

okviru čvrstih ispucalih stena gornjolijskih i dogerskih sedimenata, gornjokrednih naslaga, andezitskih proboja i tufita. U okviru nje mogu se formirati izdani lokalnog značaja, sa izvorima izdašnosti koja varira u toku godine i direktno zavisi od režima padavina. Karstni tip izdani formiran je u okviru karbonatnog mezozojskog kompleksa stena trijasko, gornjojurske i donjokredne starosti. Ovaj kompleks, koji ima najveće rasprostranjenje na istražnom prostoru, intenzivno je karstifikovan i prema morfološkim karakteristikama odgovara holokarstnim terenima. Stepenn vodopropusnosti u vertikalnom profilu je neujednačen, posebno u najnižim delovima, u trijaskim i dogerskim sedimentima. Debljina karbonatnog kompleksa stena kreće se od nekoliko desetina metara, u zonama trijaskih i dogerskih naslaga, do preko 1000 m u obodnim delovima nekih planinskih masiva.

Najznačajniji deo karbonatnih naslaga sačinjava planina Vidlič, koja je ujedno i glavna zona prihranjivanja Pirotskih vrela (Slika 1). Osnovni hidrogeološki kolektor podzemnih voda čine titonski bankoviti i masivni krečnjaci, svetlosive ili žute boje, sa sprudnim organizmima, koji mogu sadržati i laporovitu komponentu. Značajan deo vode se, takođe, infiltrira kroz krečnjake, sa laporcima i peščarima, valend-otriva, dok se u dubljim delovima voda može akumulirati i u okviru krečnjaka oksford-kimeridža. Ukupna debljina vodonosnih stena u kojima je formirana karstna izdan iznosi i do 500 metara. Uslovno, vodonepropusnu podinu ove karstne izdani najverovatnije predstavljaju srednjajurski sedimenti uglavnom sastavljeni od kvarcnih konglomerata i peščara, gde je njihova ukupna debljina do 250 metara. Dreniranje karstne izdani vrši se isticanjem preko vrela, podzemnim oticajem i delom u procesu evapotranspiracije. Hidrogeološke pojave locirane su na kontaktu jursko-krednog kompleksa stena sa neogenim naslagama Pirotske kotline, a u pojedinim delovima je njihov položaj uslovljen položajem srednjajurskih peščara (Slika 1). Vrelo u selu Izvor kaptirano je u vidu česme. Izdašnost vrela na kaptazi se kreće oko 15 l/s. Deo voda koje se odvede u lokalnu vodovodnu mrežu sela nije poznat, ali se procenjuje da je ukupna izdašnost vrela od 40 do 50 l/s (Mandić, 2015). Vrelo Klok se nalazi u selu Krupac, nadomak reke Nišave u podnožju sela. Zahvaćeno je kaptaznom građevinom sa plitkim bušenim bunarom, kojim se vrši precrcpljivanje izdani u vreme niskih nivoa podzemnih voda, zahvata se oko 30 l/s vode. Deo voda slobodno otiče u pravcu Nišave preko preliva. Vrelo Kavak je najinteresantnije po načinu isticanja i celokupnom geološkom kontekstu. Do isticanja voda kroz neogene naslage dolazi kao posledica blokovske strukture

krečnjaka koji predstavljaju podinu neogenih naslaga. Visina zona prihranjivanja i duboka cirkulacija uslovljava sifonalno isticanje voda kroz relativno tanke peskovito - glinovite i peskovito - šljunkovite naslage kotline. Izdašnost vrela je u minimumu oko 85 l/s, a režim isticanja podzemnih voda je relativno ujednačen. Posebno je značajna stabilnost kvaliteta voda i odsustvo zamućivanja. Kaptirano je za vodosnabdevanje Pirota.

Vrela Krupac 1 i Krupac 2 (Ćoška) su kaptirana za vodosnabdevanje Pirota, a nalaze se na međusobnom rastojanju od 120 metara. Tokom istraživanja 1986. godine Krupac 1 je imao minimalnu izdašnost od 220 l/s, a Krupac 2 oko 50 l/s. Takođe, je i zabeleženo da je tokom dugog recesionog perioda 1991. godine izdašnost iznosila samo 140 l/s. Na vrelu Krupac 1 je izgrađena kaptaza, u koju se cevovodom dovodi i voda sa vrela Krupac 2. Površina zajedničkog sliva ova dva vrela je procenjena na oko 85 km<sup>2</sup> (Milanović et al. 2012). Prema najnovijim rezultatima srednja godišnja izdašnost ova dva vrela je 521 l/s (Milanović & Petrović, 2022a).

Vrelo Gradište nalazi se u selu Gradište na koti 414 mnm na istočnom obodu Pirotskog polja. Nalazi se u samom selu ispod krečnjaka Tepoša i Vidliča. Minimalna izdašnost vrela iznosi oko 105 l/s. Površina sliva vrela Gradište je oko 47 km<sup>2</sup>, a gde ulazi i deo površine Odorovačkog polja koji čini sliv ponornice Blato sa ponorom Golema Dupka južno od Odorovca (Milanović et al. 2012). Prema najnovijim rezultatima sprovedenih hidrogeoloških istraživanja srednja godišnja izdašnost vrela je 209 l/s (Milanović & Petrović, 2022b).

Kontinualna merenja izdašnosti vrela Krupac i Gradište su u nadležnosti JP „Vodovod i kanalizacija“ od momenta kada su oba vrela zahvaćena za vodosnabdevanje grada Pirota. Dodatna istraživanja su sprovedena tokom 2021. i 2022. godine za potrebe definisanja rezervi podzemnih voda, kao i radi kratkoročne prognoze kvantitativnih karakteristika karstnih vrela.

### 3. METODOLOGIJA

Analiza vremenskih serija i stohastička simulacija daju opšti uvid u hidrauličko funkcionisanje celokupnog karstnog hidrogeološkog sistema u različitim hidrološkim periodima, dok se padavine i isticanje podzemnih voda posmatraju istovremeno, kao ulazni i izlazni signal iz sistema. Ova analiza mora se implementirati zajedno sa terenskim istraživanjem. Analiza vremenskih serija režima karstnih podzemnih

voda predstavlja adekvatan metodološki pristup za definisanje odlika karstnog hidrogeološkog sistema (Bonacci 1987; Mangin 1994; Jemcov 2008; Krešić 2013).

Analizirane vremenske serije podataka prikupljene su sa MS Dimitrovgrad (RHMZ Srbije) i podaci o isticanju sa karstnih vrela Krupac i Gradište za period 2021-2022. Raspoloživost podataka je bila uslovljena dužinom neprekidnog dnevnog monitoringa koji je bio uspostavljen na pomenutim karstnim vrelima. Stalni monitoring padavina i isticanja na karstnim vrelima je neophodan da bi se rezultati analize mogli smatrati validnim, stoga je potrebno raditi i na formiranju stalne monitoring mreže koja bi obezbedila i bolje upravljanje raspoloživim resursom podzemne vode.

Radi prognoze režima karstnih podzemnih voda koje se pojavljuju na vrelima Krupac i Gradište, prvo je izvršena analiza hidrograma odnosno analiza krive recesije. Pre svega definisan je recisioni period koji predstavlja vreme tokom hidrološkog ciklusa kada je karstna izdan bez direktnog prihranjivanja na račun padavina ili površinskih voda, tj. kada na karstnom vrelu ističe samo deo voda koji predstavlja bazni oticaj (obično tokom letnjih meseci). Analizom opadajuće grane hidrograma tokom recesionog perioda moguće je dati određene pretpostavke o funkcionisanju karstnog hidrogeološkog sistema, dok je uspostavljanjem matematičkih relacija izdašnosti karstnog vrela i vremena moguće dati kratkoročnu prognozu isticanja vrela u datom trenutku ili proračunati količinu istekle vode tokom recesionog perioda (Kresic, 2009). Iako postoji nekoliko metoda za analizu recesione krive (Bonacci, 1993; Fiorillo, 2014), analiza krive recesije vrela Krupac i Gradište izvršena je koristeći eksponencijalnu jednačinu Majea (1) i (2) (Maillet, 1905):

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\log Q_0 - \log Q_t}{0.4343 \cdot (t - t_0)} \quad (2)$$

gde su:

$Q_t$  – izdašnost vrela (m<sup>3</sup>/s) u periodu t-t<sub>0</sub>;

$Q_0$  – izdašnost vrela (m<sup>3</sup>/s) u periodu t<sub>0</sub>;

t<sub>0</sub> – vreme početka recesionog (mikro)režima;

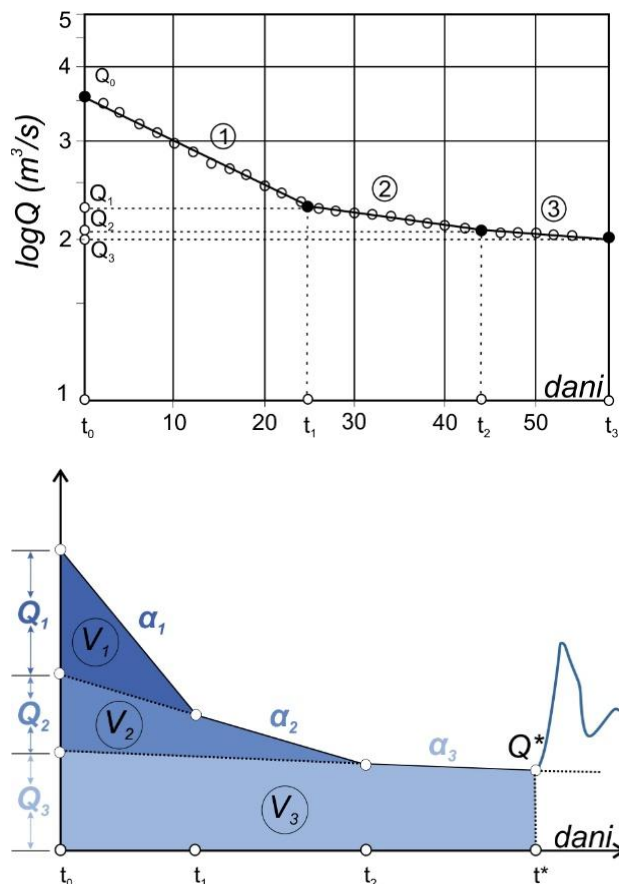
t – kraj recesionog (mikro)režima;

$\alpha$  – koeficijent recesije;

0,4343 – korekcionni faktor.



Podaci o dnevnim vrednostima isticanja tokom perioda recesije nanose se na semilogaritamski dijagram zajedno sa vremenom, tako da se mogu aproksimirati pravom linijom čijim nagibom je određen koeficijent recesije (ili isticanja) –  $\alpha$ . Obično, dobro razvijen karstni hidrogeološki sistem može se aproksimirati sa tri recesiona mikrorožima pražnjenja (Slika 2). Vrednosti koeficijenta recesije obično su reda veličine  $10^{-2}$  ili  $10^{-3}$  (Kresic, 2009).



Slika 2. Semilogaritamski dijagram recesionog perioda dobro razvijenog karstnog hidrogeološkog sistema (gore); Zapremine istekle vode tokom tri mikroperioda pražnjenja (dole) (Kresic, 2009)

Koeficijent recesije i zapremina vode akumulirana u karstnoj izdani su obrnuto proporcionalni, te je na taj način moguće proračunati količinu vode koja je bila akumulirana u karstnoj izdani kao zbir zapremina voda akumuliranih na početku svakog mikrorožima pražnjenja. Takođe, moguće je proračunati zapreminu vode ( $V^*$ ) koja je ostala na kraju recesionog perioda. Istovremeno, može se dobiti i zapremina istekle vode u

$\text{m}^3/\text{s}$  kao razlika  $V_0$  i  $V^*$  u periodu diskretizacije  $t-t_0$ . Moguće je dati i prognozu koliko bi teoretski vremena trebalo karstnoj izdani da se potpuno isprazni ukoliko bi ostala bez izvora prihranjivanja. Ovakav proračun je moguć ukoliko se jednačina (2) izrazi po  $t$ , dok je istovremeno neophodno zadati vrednost izdašnosti  $Q_i$  od 0,001 l/s. Ovakvo mala izdašnost koja konvergira nuli se zadaje iz razloga što uključivanjem nulte izdašnosti ne bi bilo moguće rešiti logaritamsku jednačinu. Tako, ukoliko se jednačina (2) izrazi po  $t$ , a za vrednosti  $Q$  i  $\alpha$  uzmu izdašnost na početku mikropražnjenja i koeficijent recesije mikropražnjenja koji podrazumeva laminarni režim tečenja, može se dobiti teoretski broj dana koji bi bio potreban da bi karstno vrelo presušilo.

Svrha analiziranja vremenskih serija ogleda se u definisanju uzroka pojave, predviđanja ponašanja vremenske serije u budućem periodu, odnosno kontrolisanja vremenske serije manipulacijom parametara koji uslovljavaju njenu pojavu. Stohastička analiza vremenskih serija podrazumeva proces opisan statističkim parametrima, pri čemu takav opis predstavlja verovatnoću pojave jednog od mogućih stanja procesa (Krešić, 1991). Osnovna odlika je da je stohastički model određen sa verovatnoćom pojave u vremenu  $t$  na osnovu poznavanja prethodnog stanja u vremenu  $t_0 < t$ , dok je kod determinističkog modela, proces sa sigurnošću definisan u vremenu  $t$  na osnovu poznavanja prethodnog stanja u vremenu  $t_0 < t$ . Analizu stohastičkih osobina svake vremenske serije koja će se koristiti pri formiranju modela, je potrebno prvo izvršiti, pomoću **autokorelacione** funkcija, koja utvrđuje zavisnost i periodičnost sukcesivnih članova jedne iste vremenske serije (Krešić, 1991). Nakon te analize primenjuje se **kroskorelaciona** funkcija, koja određuje međusobne zavisnosti dve slučajne promenljive od kojih je izdašnost vrela zavisna promenljiva, a padavine nezavisna promenljiva (Krešić, 1991).

Što se tiče autokorelacione analize, pre prikaza bilo koje analize bitno je usvojiti referentnu vrednost, tj. prag statističke značajnosti, koji zavisi od dužine (obima) analizirane vremenske serije, pri čemu se kao referentna vrednost obično uzima 0,2 (Mangin, 1984, Ristić Vakanjac, 2015). Slaba memorija vremenske serije generalno ukazuje na visoko karstifikovane formacije sa malim kapacitetom skladištenja. Nasuprot tome, vremenske serije isticanja sa dugom memoriju ukazuju na karstne sisteme sa značajno velikim rezervama (Krešić and Bonnaci, 2010). Takođe, treba dodati i to da isticanje podzemnih voda u velikoj meri zavisi od padavina, kao i da oblik i nagib autokorelograma zavise i od vrste padavina (kiša, sneg), učestalosti, količine i

intenziteta padavina i temperature vazduha u slučaju snežnog pokrivača (Eisenlohr et al. 1977).

Kroskorelaciona analiza daje bolji uvid u funkcionisanje karstnog hidrogeološkog sistema, tj. daje informacije o karakteru isticanja i uticaju padavina na sistem. Postupak proračuna koeficijenata kroskorelacije i konstrukcije kroskorelograma identičan je kao kod autokorelacione funkcije, s tim što se korelacija obavlja između dva različita niza (padavine i isticanje) koji se pomeraju za vremenski korak  $k$  (Krešić, 1991).

Za simulaciju isticanja karstnih vrela Krupac i Gradište primenjeni su autoregresivni ( $AR$ ), krosregresivni ( $CR$ ) i autoregresivno – krosregresivni ( $ARCR$ ) modeli.  $AR$  modeli se koriste za generisanje sintetičkih nizova nezavisnih vremenskih serija, a u izvesnim slučajevima mogu služiti i za izdavanje kratkoročnih (1-2 dana) prognoza (Krešić, 1991). Pomoću ovih modela uspostavlja se linearna regresiona zavisnost između članova niza iste vremenske serije. Tako, ne mogu se samostalno koristiti za npr. modeliranje izdašnosti vrela, budući da ne uključuju ulaz u sistem, tj. padavine. Najbolje rezultate daje kombinovani autoregresivno – krosregresivni ( $ARCR$ ) model koji u sebe uključuje  $AR$  i  $CR$  model.  $ARCR$  modeli pripadaju grupi multivarijantnih modela vremenskih serija (Krešić, 2010) i svode se na višestruku linearnu regresiju. Međutim, ovaj model koristi bruto padavine i daje isti težinski faktor svim vrednostima padavina, tj. izjednačava uticaj dužih i intenzivnijih letnjih padavina, dok ne uzima u obzir npr. povećanu evapotranspiraciju i deficit vlage u nesaturisanoj zoni (u recesionom periodu) i druge faktore koji tokom letnjih meseci dodatno utiču na efektivnu infiltraciju karstne izdani (Krešić, 2010). Rešenje problema je delom u primeni jednostavnih matematičkih operacija: filtriranja bruto padavina i atenuaciji signala. Najčešće se primenjuje transformacija bruto padavina pomoću filtera linearnog pokretnog proseka (engl. *moving average filter - MA*) (Krešić, 2010). Pomenuti filter transformiše bruto padavine na osnovu unapred zadatog prozora pokretnog proseka, koji se izražava u danima. Generalno gledano, primena ovog filtera donekle smanjuje koeficijent višestruke regresije  $ARCR$  modela. Međutim, pozitivni efekti se ogledaju u boljim rezultatima u recesionom periodu, dok su u periodu prihranjivanja izdani rezultati prilično slični kao sa bruto padavinama.

#### 4. REZULTATI ANALIZE VREMENSKIH SERIJA

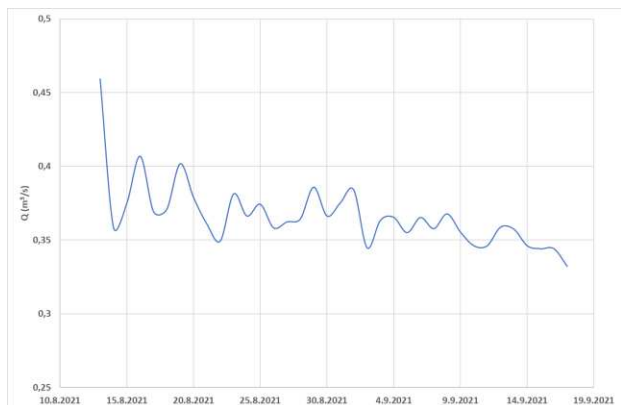
Stohastička analiza urađena je sa vremenskim serijama dnevnih vrednosti isticanja vrela kao i dnevnih vrednosti padavina sa MS Dimitrovgrad u periodu mart 2021. – mart 2022. godine. Ovde treba imati u vidu da se osmatrački period može smatrati srednje vlažnom godinom jer je za svega 4% (za oko 28 mm) više padavina palo tokom osmatračkog perioda u odnosu na višegodišnji period (za osmatrački period 1991-2020. godina (Milanović & Petrović, 2022a; 2022b) srednje višegodišnja suma padavina za MS Dimitrovgrad iznosi 663,6 mm, a standardna devijacija iznosi 146,6 mm). S obzirom da sumarne padavine zabeležene tokom osmatračkom perioda su iznosile 691,2 mm, možemo reći da se ova vrednost nalazi u intervalu  $P_{sr} \pm \sigma$ , odnosno nalazi se u intervalu u kom se nalazi oko 68% svih prikupljenih podataka.

Analizom krive recesije vrela Krupac i Gradište obuhvaćen je letnji period 2021. godine. Analiza vrela Krupac obuhvata period recesije od 13. avgusta do 17. septembra 2021. godine (ukupno 36 dana) i aproksimiran je sa dva mikrorožima isticanja (Slika. 3). Izračunati su koeficijenti pražnjenja za oba mikrorožima pražnjenja tokom 2021. godine i dati su u tabeli 1.

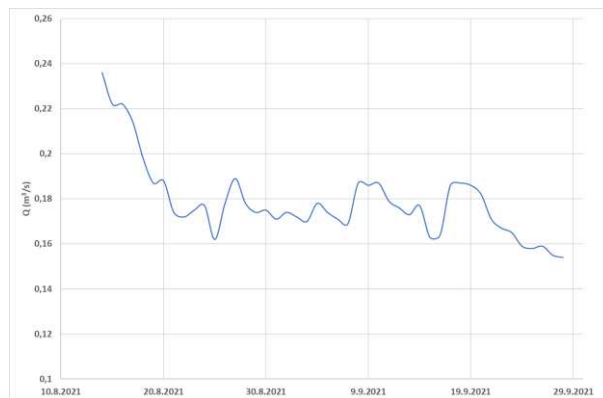
Analizom krive recesije vrela Gradište obuhvaćen je letnji period 2021. godine. Analiza obuhvata period recesije od 14. avgusta do 28. septembra 2021. godine (ukupno 46 dana) i aproksimiran je sa dva mikrorožima isticanja (Slika. 4). Izračunati su koeficijenti pražnjenja za oba mikrorožima pražnjenja tokom 2021. godine i dati su u tabeli 1.

S obzirom na to da teoretski, tokom recesionog perioda ističu podzemne vode bez aktivnog prihranjivanja izdani, a da u pomenutom periodu na vrelu Krupac nije isticalo manje od 330 l/s, može se zaključiti o dobro razvijenom karstnom sistemu, sa sposobnošću akumulacije značajnih količina vode. Sličan zaključak se može izvesti i o vrelu Gradište tj. karstnom sistemu koji se na njemu drenira, s tim da su minimalne količine istekle vode manje i kreću se do 155 l/s.

Prihranjivanje izdani se dešava čak i tokom recesionog perioda, mada u dosta manjem obimu budući da se veliki deo kišnih padavina tokom recesionog perioda potroši na zasićenje zemljišne vlage i popunjavanje



Slika 3. Hidrogram vrela Krupac tokom recesionog perioda u 2021. god. (gore); Kriva pražnjenja vrela Krupac tokom recesionog perioda u 2021. god. (dole)



Slika 4. Hidrogram vrela Gradište tokom recesionog perioda u 2021. god. (gore); Kriva pražnjenja vrela Gradište tokom recesionog perioda u 2021. god. (dole)

Tabela 1. Recesiona jednačina i koeficijenti pražnjenja za vrela Krupac i Gradište, leto 2021. godine

Vrelo	Recesiona jednačina		$Q_t = 0,4593e^{-0,067743t} + 0,380e^{-0,0061558t}$
Krupac	Koeficijent recesije ( $\alpha$ )		Trajanje mikrorežima pražnjenja (dani)
	$\alpha_1$	0,067743481	3
	$\alpha_2$	0,006155848	33
	$\Sigma$		36
<b>Zapremina (V) istekle vode tokom celog recesionog perioda</b>			<b><math>0,774 \times 10^6 \text{ m}^3</math></b>
Gradište	Recesiona jednačina		$Q_t = 0,236e^{-0,038786t} + 0,19e^{-0,004987t}$
	Koeficijent recesije ( $\alpha$ )		Trajanje mikrorežima pražnjenja (dani)
	$\alpha_1$	0,038786705	6
	$\alpha_2$	0,004987171	40
$\Sigma$		46	
<b>Zapremina (V) istekle vode tokom celog recesionog perioda</b>			<b><math>0,7261 \times 10^6 \text{ m}^3</math></b>

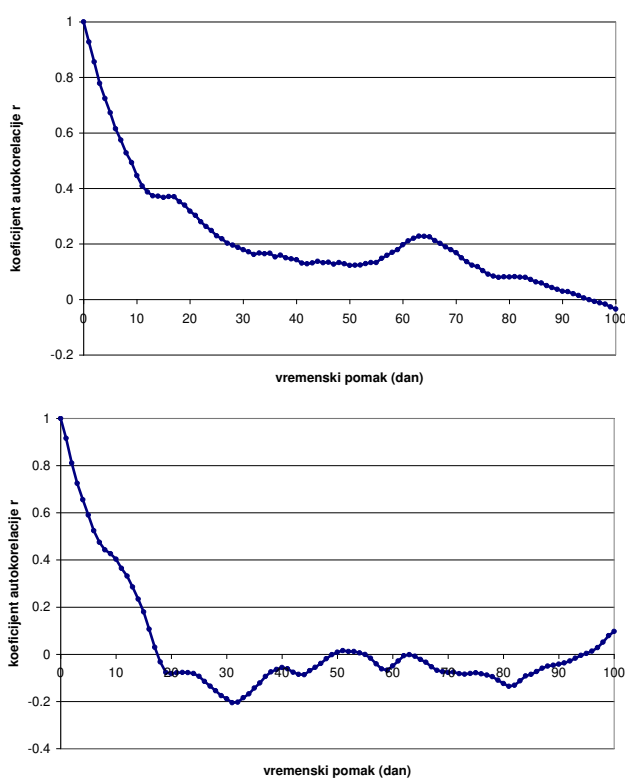


rezervi podzemnih voda. Stoga će razmatranje koliko bi bilo potrebno vrele Gradište tj. Krupac da u potpunosti presuše, ukoliko bi teoretski ostali bez prihranjivanja biti zaista samo hipotetičko. Za proračun sa podacima iz recesionog perioda vrela Krupac za 2021. godinu, drugi mikrorežim pražnjenja sa  $\alpha_2 = 0,006155848$  se odnosi na laminarni režim tečenja i na osnovu početne izdašnost od  $Q = 0,380 \text{ m}^3/\text{s}$  prema jednačini (2) se može izračunati da bi karstna izdan vrela Krupac u potpunosti presušila za **976** dana, ukoliko bi ostala bez aktivnog prihranjivanja na račun padavina. Drugim rečima, karstno vrelo Krupac bi, teoretski, isticalo više od 2,5 godine, ako bi ostalo bez bilo kog vida prihranjivanja. Za proračun sa podacima iz recesionog perioda vrela Gradište za 2021. godinu, drugi mikrorežim pražnjenja sa  $\alpha_2 = 0,004987171$  se odnosi na laminarni režim tečenja i na osnovu početne izdašnost od  $Q = 0,19 \text{ m}^3/\text{s}$  prema jednačini (2) se može izračunati da bi karstno vrelo Gradište u potpunosti presušilo za **1050** dana, drugim rečima, teoretski bi isticalo skoro 3 godine, ako bi ostalo bez bilo kog vida prihranjivanja.

Sa autokorelograma izdašnosti vrela Krupac (Slika 5) može se zaključiti da memorija sistema iznosi oko 30 dana, nakon čega vrednosti slučajno promenljive postaju nezavisne. Međutim, mogu se uočiti dva pika, prvi, blaže izražen 17. dana, i drugi, u periodu od 63-65. dana značajnije izražen. Imajući u vidu hipsometriju slivnog područja, prisutni pikovi su najverovatnije posledica otapanja formiranog snežnog pokrivača i infiltracije vode u izdan. Sa autokorelograma izdašnosti vrela Gradište (Slika 5) može se zaključiti da memorija sistema iznosi 14 dana, nakon čega dolazi do gubitka autokorelativnosti serije, odnosno vrednosti slučajno promenljive postaju nezavisne. U delu autokorelograma gde vrednosti koeficijenta korelacije nemaju statističku značajnost mogu se uočiti tri pika, prvi, 40. dana, drugi 51. dana i treći 63. dana. Za sva tri pomenuta pika koeficijenti autokorelacije imaju niske vrednosti, međutim, njihovo prisustvo ukazuje da se prisutni snežni pokrivač na slivu otapao postupno, odnosno da tokom osmatračkog perioda nije došlo do naglog otapanja snega. Sa druge strane, autokorelacija padavina ukazuje na izuzetno kratkotrajnu memoriju sistema, pokazuje memoriju sistema od samo jednog dana, što je razumljivo imajući u vidu slučajni karakter ove promenljive.

Kroskorelogram izdašnosti vrela Krupac i padavina pokazuje da je reakcija velikih karstnih kanala sa kašnjenjem od pet dana, dok je statistički uticaj padavina na isticanje vrela Krupac do 25 dana (Slika 6),

nakon čega uticaj padavina na izdašnost postaje beznačajan. Takođe, uočava se pik oko 12. dana, što bi generalno moglo da se uzme kao vreme reakcije celokupnog slivnog područja u prihranjivanju izdani na račun padavina, odnosno na opštu poroznost izdani. Drugi, izražen pik javlja se sa kašnjenjem u vremenskom intervalu od 66-68 dana, što je najverovatnije rezultat otapanja formiranog snežnog pokrivača, u prilog komentaru vezanom za pojavu pikova kod autokorelograma isticanja karstnog vrela Krupac. Jedino se kod autokorelograma pik javlja u periodu od 63-65, a kod kroskorelograma za 3 dana kasnije, odnosno od 66-68, a razlog je prisutno kašnjenje sliva na koje ukazuje prikazani kroskorelogram.



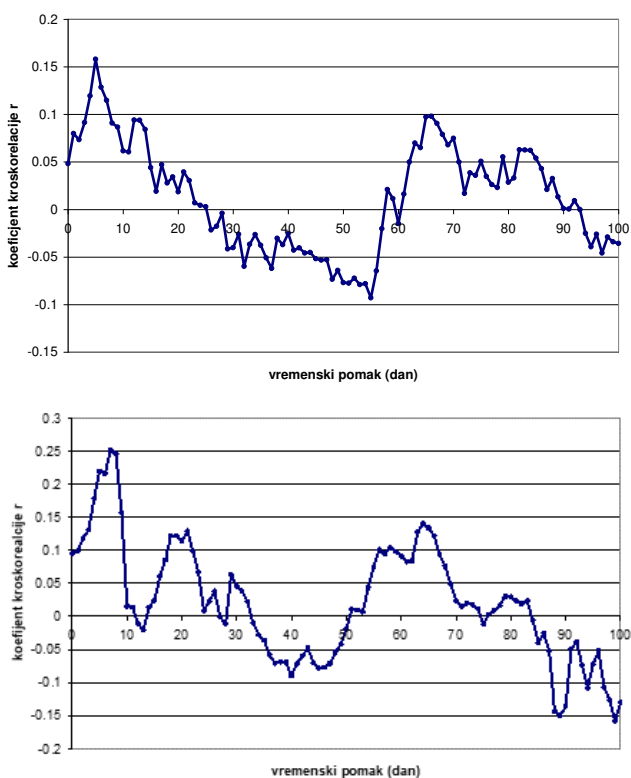
Slika 5. Autokorelogram dnevnih vrednosti isticanja vrela Krupac (gore) i vrela Gradište (dole)

Sa kroskorelograma izdašnosti vrela Gradište i padavina se vidi da je reakcija velikih karstnih kanala sa kašnjenjem od pet odnosno sedam dana (Slika 6). Ova razlika od dva dana može se tumačiti dvojako:

1. Da postoje generalno dva kanalska sistema duž kojih se kreću vode koje poniru u Odorovačkom polju a javljaju se na vrele Gradište i ova dva sistema mogu biti

hipsometrijski viši i niži povezani sistemi, ili dva odvojena od kojih je jedan duži a jedan kraći. Ovo svakako bi trebalo proveriti opitom bojenja da bi se prethodna pretpostavka potvrdila ili negirala.

2. Da je jedan pik rezultat veze voda ponor – vrelo (pri tom na formiranje oticaja ponornice – Odorovačke reke utiču takođe padavine), a drugi je rezultat padavina koje direktno padnu na neposredni deo sliva vrela Gradište (deo sliva koji ne pripada slivu ponornice). Slična dva pika su prisutna i u periodu od 18 do 21 dana, i 56 do 59 dana koji ukazuju da postoji pomak kod pikova u iznosu od dva dana. I na kraju potrebno je pomenuti i pik koji se javlja nakon 64 dana. Ovi pikovi su najverovatnije nastali kao rezultat padavina koje su na slivu formirale snežni pokrivač a kojima je trebao određen vremenski interval da se otope i da nakon ovog vremenskog pomaka učestvuju u formiranju oticaja sa sliva Odorovačke reke kao i isticanja karstnog vrela Gradište sa neposrednog sliva ovog vrela.



Slika 6. Kroskorelogram dnevnih vrednosti isticanja karstnog vrela Krupac (gore) i vrela Gradište (dole) sa vrednostima dnevnih padavina sa MS Dimitrovgrad

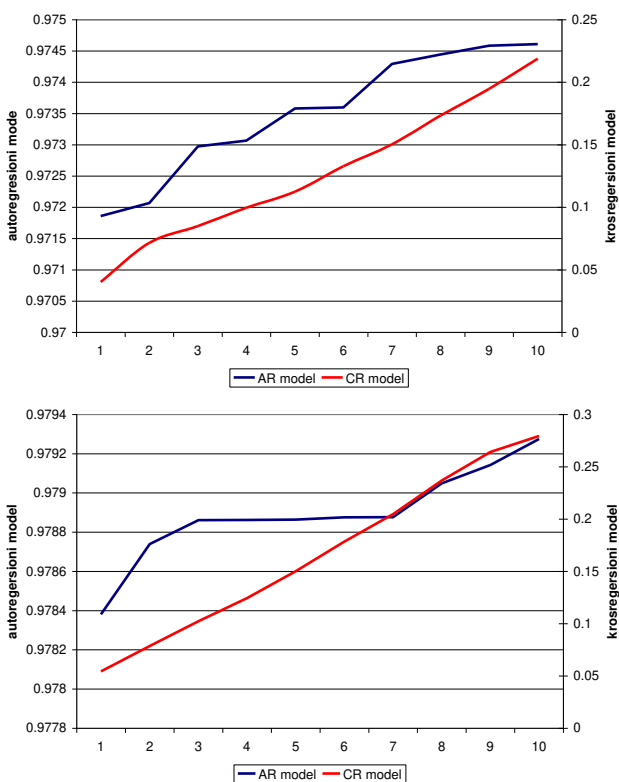
Izrađeni su AR i CR modeli za karstna vrela Krupac i Gradište. Koeficijenti korelacija za AR i CR modele pokazuju da autoregresioni modeli isticanja (oba vrela)

imaju znatno veće vrednosti koeficijenata korelacije u odnosu na iste dobijene krosregresionim modelom (Slika 7). Koeficijenti autoregresionog modela se kreću za vrela Krupac od vrednosti 0,972 za red modela 1, do 0,975 za red modela 10 i posledica su pomenute dugotrajne memorije, dok za vrela Gradište imaju vrednost od 0,9784 za red modela 1, do 0,9793 za red modela 10. Nasuprot ovome, koeficijenti krosregresionog modela su niski i kreću se od 0,04 za red modela 1 do 0,23 za red modela 10, kada je u pitanju vrela Krupac i od 0,054 za red modela 1 do 0,279 za red modela 10 kada je u pitanju vrela Gradište. Kako je već napomenuto, koeficijenti korelacije za AR model su mnogo veći, što je verovatno posledica memorije karstnog hidrogeološkog sistema. Takođe, treba napomenuti da CR model uzima ukupne bruto, a ne efektivne padavine, što dodatno utiče na nepouzdanost modela. Generalno gledano, AR modeli se ne mogu samostalno koristiti za simulaciju i prognozu isticanja karstnih vrela, budući da ne uzimaju padavine u obzir. Sa druge strane, ovi modeli se jedino mogu koristiti za simulaciju kada karstna izdan nije pod direktnim uticajem padavina, što je recimo slučaj u recesionom periodu kada karstna izdan nije izložena aktivnom prihranjivanju na račun padavina (Kresic, 2010).

Za simulaciju i kratkoročnu prognozu isticanja karstnih podzemnih voda najbolje rezultate daje kombinovani autoregresivno-krosregresivni (ARCR) model koji u sebe uključuje AR i CR model. Koeficijenti autoregresivno-krosregresionog modela isticanja na vrela Krupac variraju u dijapazonu od 0,972 za red modela 1 do 0,976 za red modela 10. Koeficijenti autoregresivno-krosregresionog modela isticanja na vrela Gradište variraju u dijapazonu od 0,9789 za red modela 1 do 0,9816 za red modela 10. Na osnovu koeficijenata modela može se videti da su razlike minimalne, i da se razlikuju u trećoj decimali tj. da sa povećanjem reda modela, validnost modela se povećava beznačajno. Kada je vremenska serija jako autokorelisana (što je slučaj kod isticanja predmetnih vrela), red modela 1 ili 2 (izuzetno do 4) daje sasvim zadovoljavajuće rezultate u hidrogeološkoj praksi (Kresic, 2010).

Kao što je već napomenuto ovakav model daje isti težinski faktor svim vrednostima padavina, tj. izjednačava uticaj dužih i intenzivnijih letnjih padavina (Kresic, 2010). Stoga je na postojeći ARCR model isticanja vrela Krupac primenjen prozor pokretnog proseka od 30 dana, što generalno odgovara memoriji karstnog hidrogeološkog sistema izračunatog primenom

autokorelacione funkcije (Slika 8). Sa druge strane na ARCR model isticanja vrela Gradište primenjen je prozor pokretnog proseka od 14 dana, što takođe odgovara memoriji ovog karstnog sistema (Slika 8). S obzirom da su koeficijenti korelacije izuzetno visoki i sličnih vrednosti (razlika na 4 decimali) i u slučaju klasične autokorelacije (red 4) i kod modela kod kojeg je primenjen filter pokretnog proseka (red 4), ne mogu se jasno videti bolji rezultati poklapanja simuliranog i izmerenog isticanja karstnih vrela kod modela koji uključuje transformisane padavine. Ono što je bitno a to je da u periodu malih voda je ipak vidljiva bolja simulacija dnevnih isticanja podzemnih voda. Opšta jednačina simulacije isticanja karstnih vrela Krupac (3) primenom ARCR modela sa filterom lineranog pokretnog proseka glasi:



Slika 7. Uporedni dijagram autoregresivnog (AR) i krosregresivnog (CR) modela za karstno vrelo Krupac (levo) i karstno vrelo Gradište (desno)

$$r = 0.9739$$

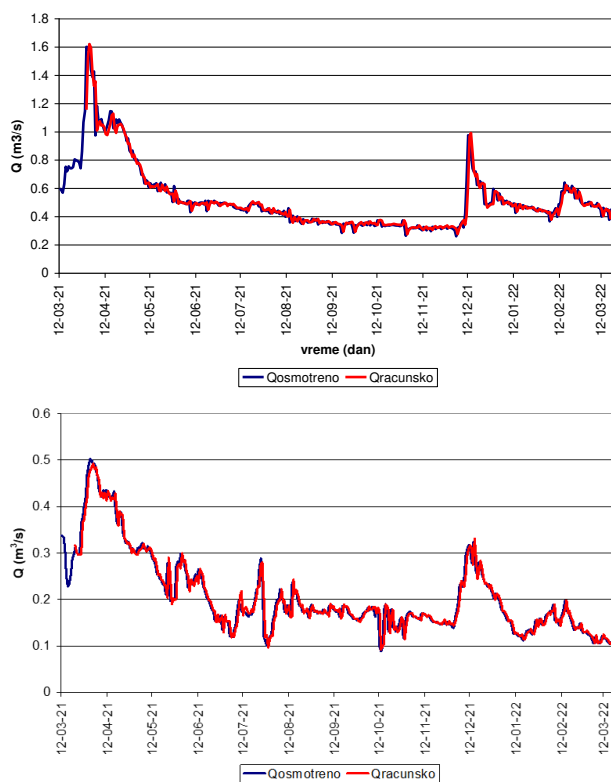
$$Q_t = 0.017382 + 0.839043 \cdot Q_{t-1} + 0.298559 \cdot Q_{t-2} - 0.10567 \cdot Q_{t-3} - 0.0765 \cdot Q_{t-4} + 0.001822 \cdot P_{t-1} - 0.00127 \cdot P_{t-2} - 0.00486 \cdot P_{t-3} + 0.006372 \cdot P_{t-4} \quad (3)$$

Opšta jednačina simulacije isticanja karstnih vrela Gradište (4) primenom ARCR modela sa filterom lineranog pokretnog proseka glasi:

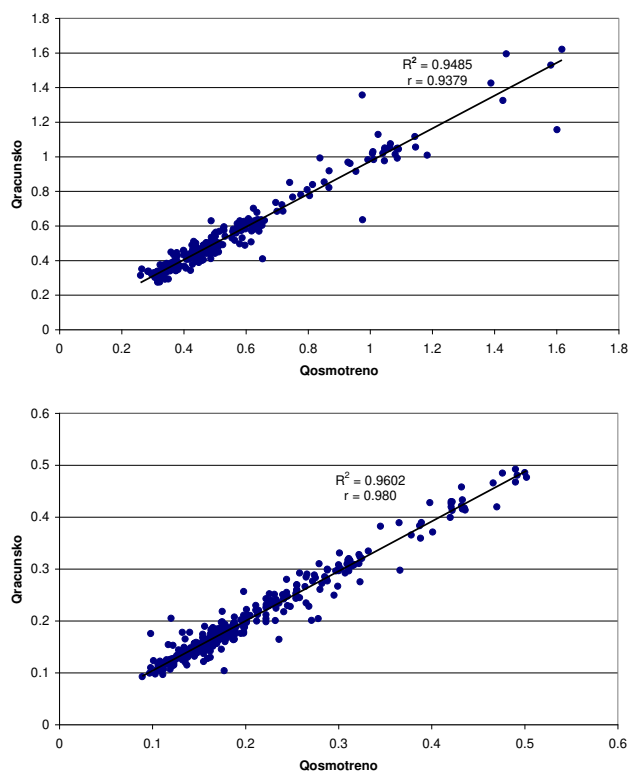
$$r = 0.9803$$

$$Q_t = 0.003492 + 1.102692 \cdot Q_{t-1} - 0.21106 \cdot Q_{t-2} + 0.074371 \cdot Q_{t-3} + 0.006854 \cdot Q_{t-4} + 0.001583 \cdot P_{t-1} + 0.003685 \cdot P_{t-2} - 0.00689 \cdot P_{t-3} + 0.002427 \cdot P_{t-4} \quad (4)$$

U cilju provere boniteta modela, izvršena je korelacija očitanih i simuliranih podataka dnevnih isticanja na vrelima za period 12. mart 2021. – 22. mart 2022. godine (Slika 9). Može se uočiti da su koeficijenti korelacije izuzetno visoki –  $R_K = 0.9739$  i  $R_G = 0.980$ , što ukazuje na dobro slaganje izmerenih i simuliranih vrednosti, pa samim tim i da se ARCR MA model može koristiti kao kratkoročni prognozni model za proračun dnevnih isticanja iz karstnih vrela.



Slika 8. Uporedni dijagram izmerenih vrednosti dnevnih isticanja karstnog vrela Krupac (gore) i vrela Gradište (dole) i simuliranih isticanja – primenom ARCR MA modela



Slika 9. Korelacija izmerenih i simuliranih vrednosti isticanja karstnog vrela Krupac (gore) i Gradište (dole) modelom ARCR MA

## 5. ZAKLJUČAK

Stohastička analiza izvršena je za vremenske serije isticanja karstnih vrela Krupac i Gradište, koja se koriste za vodosnabdevanje grada Pirota, kao i za dnevne padavine sa MS Dimitrovgrad za period mart 2021 – mart 2022. godina.

Moguće je zaključiti da se u slučaju vrela Krupac i Gradište radi o dobro razvijenom karstnom sistemu, sa sposobnošću akumulacije značajnih količina vode, jer tokom recesionog perioda ističu podzemne vode bez aktivnog prihranjivanja izdani u količinama većim od 330 l/s (Krupac) i 155 l/s (Gradište). Vrednosti količine istekle vode tokom recesionog perioda od  $0,774 \times 10^6 \text{ m}^3$  i  $0,7261 \times 10^6 \text{ m}^3$  u potpunosti podržavaju činjenicu da se radi o dobro razvijenom karstnom sistemu veće zapremine. Takođe, ukoliko se u obzir uzmu i proračun vremena koje je potrebno da vrela hipotetički presuše, ako u potpunosti prestane prihranjivanje padavinama, dobija se da bi karstna izdan vrela Krupac u potpunosti presušila za 976 dana, a karstna izdan vrela Gradište za

1050 dana, što ukazuje na postojanje znatne zapremine karstnih izdani.

U okviru stohastičke analize, vremenske serije su analizirane primenom funkcija autokorelacije i kroskorelacije, dok je simulacija režima isticanja izvršena primenom autoregresivno-krosregresivnog modela (ARCR), odnosno autoregresivno – krosregresivnog modela sa transformisanim padavinama pomoću filtera linearnog pokretnog proseka (ARCR-MA), kao ulaznog signala.

Autokorelogram izdašnosti vrela Krupac pokazuje da memorija sistema iznosi oko 30 dana, dok je u slučaju vrela Gradište memorija sistema 14 dana. Kroskorelogram izdašnosti vrela Krupac i padavina pokazuje da je reakcija velikih karstnih kanala sa kašnjenjem od pet dana, dok je statistički uticaj padavina na isticanje vrela Krupac do 25 nakon čega uticaj padavina na izdašnost postaje beznačajan, dok kroskorelogram izdašnosti vrela Gradište i padavina ukazuje da je reakcija velikih karstnih kanala sa kašnjenjem od pet odnosno sedam dana.

Uzimajući u obzir velike razlike između simuliranih i izmerenih vrednosti isticanja u recesionom periodu upotrebom ARCR modela, na podatke o padavinama primenjen je filter linearnog pokretnog proseka kako bi se poboljšao simulacioni model. Transformisani ARCR-MA model dao je mnogo bolje rezultate u periodu niskih voda, dok su rezultati simulacije gotovo isti u periodima visokih i srednjih voda. Simulacija je pokazala dobro poklapanje izmerenih i prognoziranih vrednosti isticanja podzemnih voda na karstnim vrelima, uz koeficijente korelacije od  $R_K = 0.9739$  i  $R_G = 0.980$ . Simulacioni modeli mogu dati relativno pouzdanu kratkoročnu prognozu dnevnih isticanja karstnih vrela.

## ZAHVALNOST

Istraživanja su realizovana zahvaljujući saradnji sa JKP „Vodovod“ iz Pirota, kao i sredstvima Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja na čemu se autori rada zahvaljuju.

## LITERATURA

- [1] Bonacci O (1987) Karst Hydrology with special reference to the Dinaric Karst. Springer- Verlag, Berlin; p. 184

- [2] Bonacci O (1993) Karst springs hydrographs as indicators of karst aquifers. *J. Hydrol. Elsevier Sci.* 38 pp. 51-62.
- [3] Fiorillo F (2014) The Recession of Spring Hydrographs, Focused on Karst Aquifers. *Water Resour Manage* 28:1781–1805
- [4] Jemcov I (2008) Karst groundwater budget and optimization of its tapping – Serbian examples, (in Serbian). PhD Thesis, University of Belgrade, Faculty of Mining and Geology, Serbia, 377 p
- [5] Krešić N (2013) Water in Karst – Management, Vulnerability and Restoration, McGraw Hill, United States of America, pp. 708
- [6] Krešić N, Bonacci O (2010) Spring discharge hydrograph. In: Kresic N, Stevanovic Z (eds) *Groundwater Hydrology of Springs, Engineering, Theory, Management, and Sustainability*. Butterwrth-Heinemann/Elsevier, pp 129–164
- [7] Krešić, N. & Panday, S. (2017) Numerical groundwater modelling in karst; In: Parise, M., Gabrovsek, F., Kaufmann, G. & Ravbar, N. (Eds) *Advances in Karst Research: Theory, Fieldwork and Applications*. Geological Society, London, Special Publications, 466
- [8] Mailliet E (1905) *Essais d'Hydraulique souterraine et fluviale* [in French - Underground and river hydrology]. Hermann, Paris, 218
- [9] Mandić M (2015) Karstna vrela Pirotске kotline, *Pirotски zbornik* br. 40, str. 203-225, Pirot, UDK: 556.3(497.11)
- [10] Mangin A (1984) Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoire et spectrale. *J Hydrol* 67:25–43
- [11] Mangin A (1994) Karst hydrogeology. In: Gilbert J, DL Danielopol & JA Stanford (eds). *Groundwater Ecology*. Academic Press, San Diego, CA, pp. 43-67
- [12] Milanović S, Stevanović Z, Vasić Lj, Saljnikov E, Povrenović D, (2012) Land Use and Groundwater Quality in the Test Areas, *CCWaters – Climate Changes and Impacts on Water Supply*, Monograhpy, Zoran Stevanović, Vesna Ristić-Vakanjac and Saša Milanović (eds), pp: 259-286
- [13] Milanović S, Petrović B (2022a) Prvi elaborat o rezervama izvorišta podzemnih voda vrela „Krupac“ za vodosnabdevanje grada Pirota, RGF, Beograd
- [14] Milanović S, Petrović B (2022b) Prvi elaborat o rezervama izvorišta podzemnih voda vrela „Gradište“ za vodosnabdevanje grada Pirota, RGF, Beograd
- [15] Panday S, Langevin C.D, Niswonger R.G, Ibaraki M & Hughes J.D (2013) MODFLOW-USG Version 1: an Unstructured Grid Version of MODFLOW for Simulating Groundwater Flow and Tightly Coupled Processes Using a Control Volume Finite-difference Formulation. US Geological Survey, Techniques and Methods, 6-A45.
- [16] Petrović B, Marinović V (2020) Primena diskretnog autoregresivno – krosregresivnog modela pokretnog preseka za prognozu dnevnih vrednosti izdašnosti vrela mokra i divljana, *Zapiski Srpskog Geološkog Društva, Srpsko geološko društvo, Beograd, ISSN: 0372-9966*, pp. 1-14
- [17] Polomčić D, Stevanović Z, Dokmanović P, Papić P, Ristić Vakanjac V, Hajdin B, Milanović S, Bajić D (2011) *Vodosnabdevanje podzemnim vodama u Srbiji – Stanje i perspektive*
- [18] Polomčić D, Vasić Lj, Milanović S, Ristić Vakanjac V, Petrović B, Marinović V, Bajić D, Hajdin B, Čokorilo Ilić M, Ratković J (2021) *Vodosnabdevanje - Podzemne vode i održivo upravljanje resursima*
- [19] Ristić Vakanjac V (2015) Forecasting Long-Term Spring Discharge; In: Stevanović Z. (ed.) *Karst Aquifers-Characterization and Engineering*. Prof. Practice in Earth Sciences, Springer, pp. 435-455, Cham. 10.1007/978-3-319-12850-4\_15
- [20] Stevanović Z (1995) *Karstne izdanske vode Srbije - korišćenje i potencijalnost za regionalno vodosnabdevanje*, Monografija: Vodni mineralni resursi litosfere Srbije, Monograf. Pos. izd. RGF (ed. Z. Stevanović), Beograd, str.77-119
- [21] Stevanović Z (ed.) (2015) *Karst Aquifers — Characterization and Engineering*. Professional Practice in Earth Sciences. Springer, pp. 335-359
- [22] Stevanović Z (2019): Karst waters in potable water supply: a global scale overview. *Environmental Earth Science*. Springer, 78: 662; <https://doi.org/10.1007/s12665-019-8670-9>

## SIMULATION OF DISCHARGE OF SELECTED KARST SPRINGS OF THE PIROT BASIN

by

Saša MILANOVIĆ, Branislav PETROVIĆ, Vesna RISTIĆ VAKANJAC, Ljiljana VASIĆ,  
Veljko MARINOVIĆ, Petar VOJNOVIĆ

Faculty of Mining and Geology, Belgrade, Department of hydrogeology, Centre for hydrogeology of karst

## Summary

Recession analysis, autocorrelation and cross-correlation analysis of time series of precipitation and groundwater outflow of karst springs Krupac and Gradište (Stara planina, SE Serbia) was carried out in order to form a stochastic autoregressive-crossregressive model (ARCR) and short-term forecast of daily yield values. Due to the existence of heterogeneity and anisotropy of the karst outcrop, it is very complicated and demanding to determine the spatial distribution of groundwater within the karst hydrogeological system, the applicability of deterministic models is minimized, therefore the use of a stochastic model is more expedient in this case. The autocorrelogram of the yield of the Krupac spring showed that the memory of the system is about 30 days, and the memory of the system of the Gradište spring is 14 days. The cross-correlogram of the yield of the Krupac spring and precipitation shows that the response of large karst channels is delayed by five days, while the statistical impact of precipitation on the discharge of the

Krupac spring is up to 25 days, after which the effect of precipitation on the yield becomes insignificant, while the cross-correlogram of the yield of the Gradište spring and precipitation indicates that the reaction of large karst channels with a delay of five or seven days. It was found that the periods of high and medium water are well simulated, while the greatest oscillations are in the period of recession (low water), therefore a linear moving average filter was applied to the rainfall data by analyzing the applied model. The transformed ARCR-MA model gave much better results in the low water period, while the simulation results are almost the same in the high and medium water periods. The simulation models showed a good match between the measured and predicted values of groundwater discharge at the karst springs, thus can provide a relatively reliable short-term forecast of the daily discharge of karst springs.

Key words: karst spring, recession, autocorrelation, crosscorrelation, ARCR MA model, SE Serbia