

Zbirka rešenih zadataka iz termodinamike

Marija Živković, Aleksandar Madžarević



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Zbirka rešenih zadataka iz termodinamike | Marija Živković, Aleksandar Madžarević || 2023 ||

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0007432>

Univerzitet u Beogradu
Rudarsko-geološki fakultet

Marija Živković / Aleksandar Madžarević

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ TERMODINAMIKE

Beograd, 2023. godine

UNIVERZITET U BEOGRADU
RUDARSKO-GEOLOŠKI FAKULTET

Marija Živković / Aleksandar Madžarević

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ TERMODINAMIKE

Beograd, 2023. godine

dr Marija Živković, redovni profesor

Univerzitet u Beogradu-Rudarsko-geološki fakultet

dr Aleksandar Madžarević, docent

Univerzitet u Beogradu-Rudarsko-geološki fakultet

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ TERMODINAMIKE

Urednik:

dr Dejan Ivezić, redovni profesor

Univerzitet u Beogradu-Rudarsko-geološki fakultet

Recenzenti:

dr Nenad Đajić, redovni profesor u penziji

Univerzitet u Beogradu-Rudarsko geološki fakultet

dr Mirko Komatina, redovni profesor

Univerzitet u Beogradu-Mašinski fakultet

Izdavač:

Univerzitet u Beogradu-Rudarsko-geološki fakultet

Đušina 7, 11000 Beograd

Za izdavača:

Dekan Rudarsko-geološkog fakulteta

dr Biljana Abolmasov, redovni profesor

Štampa:

Unagraf

Tiraž:

300 primeraka

ISBN: 978-86-7352-384-2

Odobreno za štampu od strane Nastavno-naučnog veća Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu odlukom br 8/6 od 30.01.2023. godine.

Preštampavanje, umnožavanje, fotokopiranje ili reprodukcija cele knjige, ili nekih njenih delova nije dozvoljena.

PREDGOVOR

Savladavanje gradiva iz Termodinamike često nije lak zadatak za studente, iako je materija koja se izučava izuzetno zanimljiva, primenjiva i na prvi pogled poznata. Približavanje problema i objašnjavanja potrebna da se gradivo usvoji, procesi razumeju, opišu i reše, predstavljaju i veliki izazov za nastavnike.

Kao odgovor na izazov nastala je Zbirka rešenih zadataka iz Termodinamike. Takođe, ova publikacija je rezultat našeg dugogodišnjeg rada sa studentima Rudarsko-geološkog fakulteta. Kroz autorizovani tekst, koji će služiti kao nastavna literatura, produbljena je i osvetljena problematika rešavanja zadataka vezanih za karakteristične procese i pojave, koji prate gradivo izloženo na predavanjima. Zadaci su klasifikovani prema kompleksnosti u tri grupe, što će studentima omogućiti praćenje napretka u svom radu.

Nadamo se da će Zbirka rešenih zadataka biti od koristi i studentima drugih viših škola i fakulteta na kojima se izučava Termodinamika, kao i inženjerima u praksi, pri rešavanju konkretnih problema.

Zahvaljujemo se svima koji su svojim savetima, sugestijama, primedbama i na neki drugi način pomogli da zbirka bude sadržajnija i kvalitetnija.

U prvom redu se zahvaljujemo našem prof. dr Nenadu Đajiću, redovnom profesoru Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu u penziji, dugogodišnjem predmetnom nastavniku Termodinamike na zajedničkom radu i izuzetnoj saradnji. Istovremeno se zahvaljujemo na recenzentskom pregledu zbirke i korisnim sugestijama.

Posebnu i veliku zahvalnost dugujemo prof. dr Mirku Komatini, redovnom profesoru Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, na korisnim i nesebičnim predlozima, koji su unapredili kvalitet ove publikacije.

Zahvalnost dugujemo i našim dragim kolegama Bobanu Pavloviću i Filipu Miletiću za angažovanje na korekciji rukopisa u cilju otklanjanja tehničkih grešaka.

Sve dobronamerne primedbe, uočene greške, tehničke ili štamparske, su dobrodošle, kako bi se u, eventualno sledećem izdanju mogle otkloniti.

Nadamo se da će publikacija naći pravi put do studenata i time ispuniti svoju svrhu.

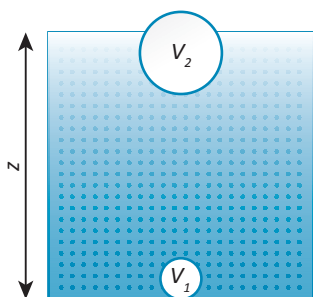


Vazdušni mehur se kreće naviše sa dna bazena, koji je napunjen vodom. U blizini površine zapremina mehura je dva puta veća nego na dnu. Kolika je dubina bazena? Smatrati da je temperatura vode ista u celom bazenu.

REŠENJE:

Posmatrani proces kretanja vazdušnog mehura sa dna na površinu bazena je izoterm-ski:

$$T_1 = T_2 = T$$



Skica uz zadatak 1

Jednačina stanja idealnog gasa u mehuru za stanje 1 je:

$$p_1 V_1 = mRT$$

Pritisak vazduha u mehuru u stanju 1 je:

$$p_1 = p_a + \rho g z$$

gde je p_a atmosferski pritisak i iznosi 101325 Pa, a g ubrzanje sile zemljine teže ($g = 9,81 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$).

Jednačina stanja idealnog gasa u mehuru za stanje 2 je:

$$p_2 V_2 = mRT$$

Pritisak vazduha u mehuru u stanju 2 je:

$$p_2 = p_a \quad \Rightarrow \quad p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Zapremina mehura na površini je dvostruko veća od zapremine mehura na dnu:

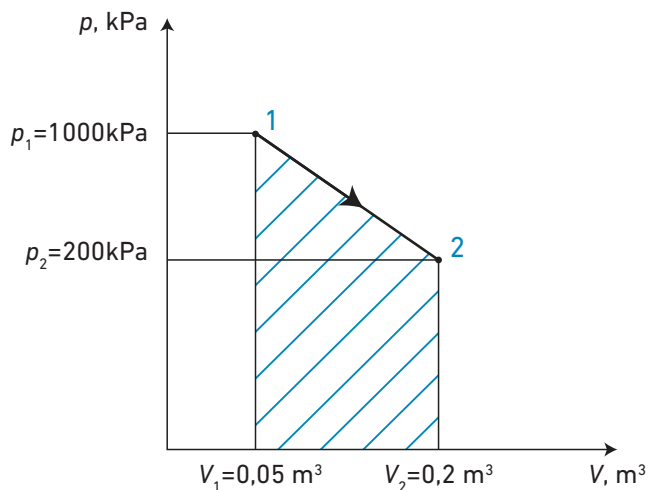
$$V_2 = 2V_1$$

38.

Idealan gas menja stanje od stanja 1 do stanja 2, kao što je prikazano na dijagramu. Gasu se dovodi 100 kJ toplotne energije. Odrediti rad koji se izvrši pri ovoj promeni.

REŠENJE:

Rad u p - V dijagramu je predstavljen površinom ispod promene stanja. U ovom slučaju rad je jednak površini pravouglog trapeza, kako je prikazano na slici:



Skica uz zadatak 38

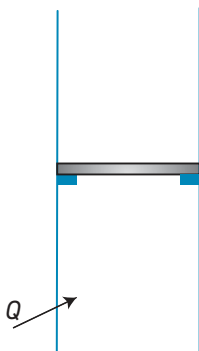
Rad u p - V dijagramu je predstavljen površinom ispod promene stanja. U ovom slučaju rad je jednak površini pravouglog trapeza, kako je prikazano na slici:

$$W_{12} = \frac{200 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 10^3}{2} (0,2 - 0,05)$$

$$W_{12} = 90 \text{ kJ}$$



5 kg azota (idealni gas) nalazi se u cilindru sa pokretnim klipom (pogledaj skicu). U početnom trenutku azot se nalazi na pritisku 800 kPa i temperaturi 127 °C. Gasu se dovodi toplota dok se ne dostigne temperatura od 527 °C. Klip će početi da se podiže kada se dostigne pritisak od 1500 kPa. Skicirati proces u p - v dijagramu i odrediti zapreminski rad i razmenjenu količinu toplote u toku procesa.



Skica uz zadatak 39

REŠENJE:

Proces dovođenja toplote azotu treba razdvojiti na dva procesa: do trenutka do koga je klip nepomičan (izohorski proces) i od trenutka kada klip počinje da se podiže (izobarski proces). Klip će početi da se podiže kada se dostigne pritisak od 1500 kPa. Znači, u delu procesa kada je pritisak između 800 kPa i 1500 kPa proces je izohorski, dok je u delu procesa od dostizanja 1500 kPa do dostizanja 527 °C proces izobarski.

$$v_1 = v_2$$

$$p_2 = p_3$$

Stanje 1:

$$p_1 = 800 \text{ kPa}$$

$$t_1 = 127^\circ\text{C}$$

Iz jednačine stanja idealnog gasa sledi:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{296,8 \cdot 400}{800000} \Rightarrow v_1 = 0,148 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Osnovne veličine stanja u karakterističnim tačkama:

	p (kPa)	v (m ³ /kg)	T (K)
1	800	0,148	400
2	1500	0,148	750
3	1500	0,158	800

Stanje 2

$$v_1 = v_2 = 0,148 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$p_2 = 1500 \text{ kPa}$$

Iz jednačine stanja idealnog gasa sledi:

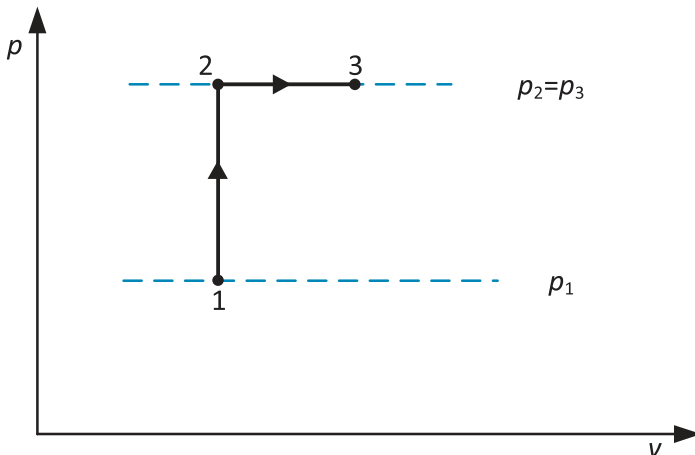
$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{1500000 \cdot 0,148}{296,8} \Rightarrow T_2 = 750 \text{ K}$$

Stanje 3

$$p_2 = p_3 = 1500 \text{ kPa}$$

$$T_3 = 800 \text{ K}$$

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = \frac{296,8 \cdot 800}{1500000} \Rightarrow v_3 = 0,158 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$



Skica uz zadatak 39:
Prikaz procesa u
p-v dijagramu

56.

Dimni gas molarnog sastava 12% CO₂, 6% H₂O, 5% O₂ i 77% N₂, početnog stanja 0,9 MPa i 1000 °C izentropski ekspandira u turbini do pritiska 0,1 MPa, a zatim se izobarski hladi do 150 °C predajući toplotu vodi temperature 25 °C, koja se pri stalnom pritisku 0,2 MPa zagreva do stanja suvozasicene pare. Za maseni protok dimnih gasova 15000 kg/h, izracunajte snagu gasne turbine i maseni protok rashladne vode.

REŠENJE:

Molarni sastav je jednak zapreminskom sastavu, pa je:

$$r_{CO_2} = 0,12, r_{H_2O} = 0,06, r_{O_2} = 0,05, r_{N_2} = 0,77$$

Gasna konstanta smeše je:

$$R_s = \frac{R_u}{\sum r_i M_i} = \frac{8315}{0,12 \cdot 44 + 0,06 \cdot 18 + 0,05 \cdot 32 + 0,77 \cdot 28}$$

$$R_s = 281,7 \frac{J}{kgK}$$

Proces ekspanzije gasa u turbini je izentropski. Stanja 1 i 2 zadovoljavaju jednačinu izentropie:

$$T_1^\kappa p_1^{1-\kappa} = T_2^\kappa p_2^{1-\kappa}$$

gde je κ eksponent izentropie za smešu gasova.

$$\kappa = \frac{c_{p_s}}{c_{v_s}}$$

$$c_{p_s} = \sum r_i \frac{R_s}{R_i} c_{pi} = 0,12 \frac{281,7}{188,9} 755,7 + 0,06 \frac{281,7}{461,4} 1845,7 + 0,05 \frac{281,7}{259,8} 909,4 + 0,77 \frac{281,7}{296,8} 1038,8 \Rightarrow c_{p_s} = 1011,3 \frac{J}{kgK}$$

$$c_{v_s} = \sum r_i \frac{R_s}{R_i} c_{vi} = 0,12 \frac{281,7}{188,9} 566,38 + 0,06 \frac{281,7}{461,4} 1384,3 + 0,05 \frac{281,7}{259,8} 649,6 + 0,77 \frac{281,7}{296,8} 742 \Rightarrow c_{v_s} = 729,6 \frac{J}{kgK}$$

$$\kappa = \frac{c_{p_s}}{c_{v_s}} = \frac{1011,3}{729,6} \Rightarrow \kappa = 1,39$$

Iz jednačine izentropne se može izračunati temperatura na kraju procesa ekspanzije (T_2):

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 1273 \left(\frac{0,9 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1-1,39}{1,39}}$$

$$T_2 = 690,3 \text{ K}$$

Iz Prvog zakona termodinamike za otvoren sistem:

$$q_{12} = \Delta h_{12} + w_{t_{12}}$$

Sledi:

$$w_{t_{12}} = -\Delta h_{12} = -c_{p_s} \cdot (T_2 - T_1) = -1011,3 \cdot (690,3 - 1273)$$

$$w_{t_{12}} = 589284 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Snaga gasne turbine je:

$$N_t = \dot{m}_{dg} \cdot \Delta h_{12} = \frac{15000}{3600} \cdot \frac{589284}{1000} \Rightarrow N_t = 2455 \text{ kW}$$

Temperatura dimnih gasova nakon izobarskog hlađenja je iz uslova zadatka:

$$T_3 = 273 + 150 = 423 \text{ K}$$

Količina toplote koja se odvodi od sistema izobarskim hlađenjem je:

$$\dot{Q}_{23} = \dot{m}_{dg} c_p (T_3 - T_2) = \frac{15000}{3600} \cdot 1011,3 \cdot (423 - 690,3)$$

$$\dot{Q}_{23} = -1126335,4 \text{ J} = -1126,3 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$$

Maseni protok rashladne vode se izračunava na osnovu količine toplote koju treba odvesti od dimnih gasova:

$$\dot{Q}_{23} = \dot{m} \cdot \Delta h = \dot{m} \cdot (h_k - h_p)$$

$$\dot{m} = \frac{|\dot{Q}_{23}|}{h_k - h_p}$$

Pri čemu je početna specifična entalpija rashladne vode čija je temperatura 25 °C, a pritisak 0,2 MPa:

$$h_p = 104,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

i krajnja specifična entalpija suvozasicene pare jednaka specifičnoj entalpiji suvozasicene pare na pritisku od 0,2 MPa što je tablična vrednost:

$$h_p = 104,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_k = 2707 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{m} = \frac{1126,3}{2707 - 104,75} \Rightarrow \dot{m} = 0,433 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$



25 kg vazduha temperature 500 °C i pritiska 0,7 MPa izentropski se širi do pritiska 0,12 MPa, a zatim se politropski komprimuje do stanja 3. U toku opisanih procesa ekspanzije i kompresije dobija se 2000 kJ rada i odvodi 2000 kJ toplote. Odrediti eksponent politrope, osnovne veličine stanja u karakterističnim tačkama i skicirati u p - V i T - s dijagramima.

REŠENJE:

Zadato je da je:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = -2000 \text{ kJ}$$

$$W = W_{12} + W_{23} = +2000 \text{ kJ}$$

Pošto je promena stanja od 1-2 izentropska, sledi da je:

$$Q_{12} = 0$$

$$Q_{23} = -2000 \text{ kJ}$$

Promena stanja od 2-3 je politropska, pa je:

$$Q = Q_{23} = mc_v \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_3 - T_2)$$



U zatvorenom sudu zapremine 23 litra nalazi se vlažna vodena para pritiska 1 bar. Pari se dovodi toplota grejačem snage 580 W. Koliko dugo treba da bude uključen grejač, da bi na kraju procesa, pri temperaturi 195 °C, posuda bila do polovine ispunjena tečnošću? Koliki je tada pritisak u sudu? Koliku je zapreminu zauzimala voda u početnom trenutku?

REŠENJE:

Toplota se dovodi radnoj materiji koja se nalazi u zatvorenom sudu, pa je razmatrani proces izohorski. Zapremina u početnom stanju procesa jednaka je zapremini u krajnjem stanju procesa:

$$V_1 = V_2$$

Zapremina suda je poznata i iznosi:

$$V = 23 \text{ l} = 23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Za određivanje mase vlažne vodene pare potrebno je da se odredi stepen suvoće za neku od tačaka procesa. U ovom slučaju stepen suvoće može se odrediti za krajnju tačku procesa.

U stanju 2 polovinu zapremine zauzima ključala voda, a polovinu suvozasićena para.

Zapremina ključale vode je:

$$V_2' = \frac{V}{2} = \frac{23}{2} \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad V_2' = 0,0115 \text{ m}^3$$

a zapremina suvozasićene pare je:

$$V_2'' = \frac{V}{2} = \frac{23}{2} \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad V_2'' = 0,0115 \text{ m}^3$$

Iz tablice se za temperaturu od 195 °C očitavaju vrednosti specifičnih zapremina na donjoj i gornjoj graničnoj krivi:

$$v_2' = 0,0011489 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_2'' = 0,1409 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Pritisak vlažne vodene pare za temperaturu 195°C je:

$$p_2 = 13,989 \text{ bar}$$

Masa ključale vode je:

$$m'_2 = \frac{V'_2}{v_2} = \frac{0,0115}{0,0011489} \Rightarrow m'_2 = 10,009 \text{ kg}$$

dok je masa suvozasícene pare:

$$m''_2 = \frac{V''_2}{v_2} = \frac{0,0115}{0,1409} \Rightarrow m''_2 = 0,082 \text{ kg}$$

Po definiciji stepen suvoće predstavlja odnos mase parne faze i mase smeše, pa je:

$$x_2 = \frac{m''_2}{m'_2 + m''_2} = \frac{0,082}{10,009 + 0,082} \Rightarrow x_2 = 0,008$$

Masa vlažne vodene pare jednaka je zbiru mase ključale vode i suvozasícene pare:

$$m = m'_2 + m''_2 = 10,009 + 0,082 \Rightarrow m = 10,091 \text{ kg}$$

Poznavanjem temperature i stepena suvoće stanje 2 je određeno.

U stanju 1 specifična zapremina vodene pare ista je kao u stanju 2, jer je proces izohorski:

$$v_1 = v_2 = \frac{V}{m} = \frac{0,023}{10,091} \Rightarrow v_1 = 0,00228 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Vodena para stanja 1 nalazi se na pritisku 1 bar za koji se iz tablice očitava:

$$v'_1 = 0,0010432 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v''_1 = 1,694 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Stepen suvoće u stanju 1 je:

$$x_1 = \frac{v_1 - v'_1}{v''_1 - v'_1} = \frac{0,00228 - 0,0010432}{1,694 - 0,0010432} \Rightarrow x_1 = 0,00073$$

Pošto su početno i krajnje stanje određeni, dalje se mogu izračunati sve potrebne veličine stanja.

Da bi se odredilo potrebno vreme za rad grejača neophodno je odrediti koliko toplote treba dovesti vodenoj pari da bi iz stanja 1 prešla u stanje 2.

Pošto je proces izohorski iz Prvog zakona termodinamike sledi da je:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = m(u_2 - u_1)$$

Za vlažnu paru unutrašnja energija se može odrediti na sledeći način:

$$u = u' + x(u'' - u')$$

U stanju 1 ($p = 1 \text{ bar}$) je:

$$u_1' = 417,30 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_1'' = 2056 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

U stanju 2 ($t = 195 \text{ }^\circ\text{C}$) je:

$$u_2' = 828,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_2'' = 2593 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Sledi da je:

$$u_1 = u_1' + x_1(u_1'' - u_1')$$

$$u_1 = 418,44 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_2 = u_2' + x_2(u_2'' - u_2')$$

$$u_2 = 972,29 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Količina toplote koju je potrebno dovesti vodenoj pari je:

$$Q_{12} = m(u_2 - u_1) = 10,091 \cdot (972,29 - 418,44) \Rightarrow Q_{12} = 5588,9 \text{ kJ}$$

Količina toplote se vodenoj pari dovodi pomoću električnog grejača snage 580 W, što znači da se u svakoj sekundi vodenoj pari dovede 580 J toplote. Sledi da je potrebno vreme rada grejača:

$$\tau = \frac{Q}{N} = \frac{5588,9 \cdot 10^3}{580} \Rightarrow \tau = 9636 \text{ s}$$

U početnom trenutku stepen suvoće iznosio je:

$$x_1 = 0,00073$$

$$x_1 = \frac{m_1''}{m}$$

pa je masa pare u početnom stanju:

$$m_1'' = 0,00073 \cdot 10,091 \Rightarrow m_1'' = 0,007366 \text{ kg}$$

Masa tečne faze je:

$$m_1' = 10,091 - 0,007366 \Rightarrow m_1' = 10,0836 \text{ kg}$$

Iz

$$v_1' = \frac{V_1'}{m_1'}$$

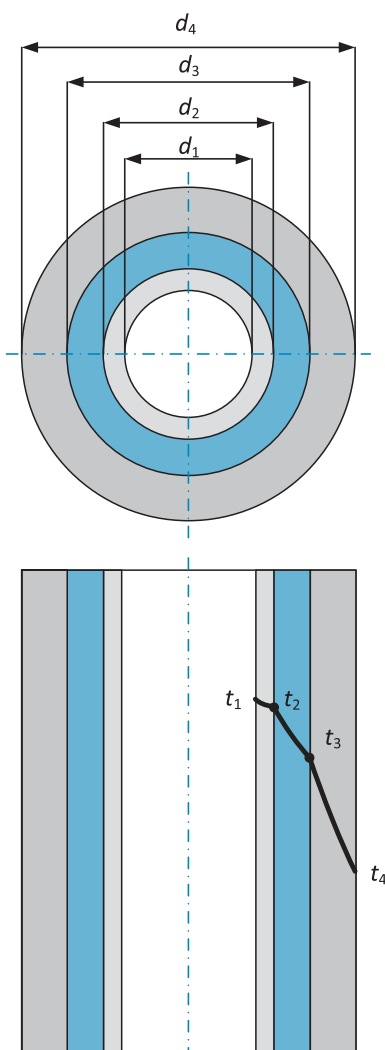
Sledi da je zapremina koju zauzima voda:

$$V_1' = 10,0836 \cdot 0,0010432 \Rightarrow V_1' = 0,0105 \text{ m}^3$$

89.

Čelična cev (koeficijent provođenja toplote čelika je $\lambda_1 = 50 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$), unutrašnjeg prečnika 200 mm i debljine zida 10 mm prekrivena je dvoslojnom izolacijom. Debljina prvog izolacionog sloja je 50 mm (koeficijent provođenja toplote prvog sloja izolacije je $\lambda_2 = 0,2 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$), dok je debljina drugog sloja izolacije 80 mm (koeficijent provođenja toplote drugog sloja izolacije je $\lambda_3 = 0,1 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$). Temperatura unutrašnje površine cevi je $t_1 = 327^\circ\text{C}$, a spoljašnje površine izolacije je $t_4 = 47^\circ\text{C}$. Odrediti toplotni protok po metru dužine cevi i temperature na dodirnim površinama pojedinih slojeva.

REŠENJE:



Skica uz zadatak 89:
Promena temperatura
kroz troslojnu čeličnu
cev

Prečnici pojedinih slojeva cevi:

$$d_1 = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$$

$$d_2 = d_1 + 2 \cdot \delta_1 = 200 + 2 \cdot 10$$

$$d_2 = 220 \text{ mm} = 0,22 \text{ m}$$

$$d_3 = d_2 + 2 \cdot \delta_2 = 220 + 2 \cdot 50$$

$$d_3 = 320 \text{ mm} = 0,32 \text{ m}$$

$$d_4 = d_3 + 2 \cdot \delta_3 = 320 + 2 \cdot 80$$

$$d_4 = 480 \text{ mm} = 0,48 \text{ m}$$

Specifični toplotni protok kroz troslojnu cev za slučaj provođenja toplote se računa na sledeći način:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_4}{\frac{1}{2\pi\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\pi\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3}}$$

$$\dot{q} = \frac{327 - 47}{\frac{1}{2\pi \cdot 50} \cdot \ln \frac{0,22}{0,2} + \frac{1}{2\pi \cdot 0,2} \cdot \ln \frac{0,32}{0,22} + \frac{1}{2\pi \cdot 0,1} \cdot \ln \frac{0,48}{0,32}}$$

$$\dot{q} = 296 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Temperatura na spoljašnjoj površini čelične cevi, na kontaktu sa prvim slojem izolacije, računa se na osnovu:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

$$t_2 = t_1 - \dot{q} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} = 327 - 296 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 50} \cdot \ln \frac{0,22}{0,2}$$

$$t_2 = 326,9 \text{ }^\circ\text{C}$$



Temperatura na spoljašnjoj površini prvog sloja izolacije, na kontaktu sa drugim slojem izolacije, računa se na osnovu:

$$\dot{q} = \frac{t_2 - t_3}{\frac{1}{2\pi\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2}}$$

$$t_3 = t_2 - \dot{q} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} = 329,6 - 296 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 0,2} \cdot \ln \frac{0,32}{0,22}$$

$$t_3 = 238,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Ravan zid sastoji se iz tri sloja. Prvi sloj je od cigle debljine 40 cm, drugi sloj je izolacija debljine 10 cm i treći sloj je beton debljine 5 cm. Koeficijenti provođenja toplote su: za ciglu $\lambda_1 = 0,87 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, za izolaciju $\lambda_2 = 0,05 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, za beton $\lambda_3 = 1 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$. Sa obe strane zida nalazio se vazduh. Temperatura vazduha koji je u dodiru sa ciglom iznosi $25 \text{ } ^\circ\text{C}$, dok je temperatura vazduha u dodiru sa betonom -5°C . Koeficijenti prelaza toplote su: sa vazduha na površinu od cigle $\alpha_1 = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$, a sa površine betona na vazduh $\alpha_{II} = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$. Odrediti toplotni protok kroz zid, temperature na dodiru cigle vazduha, na dodiru betona i vazduha i na sredini sloja izolacije. Skicirati promenu temperature kroz zid.

REŠENJE:

Specifični toplotni protok kroz troslojan ravan zid se računa na sledeći način:

$$\dot{q} = \frac{t_I - t_{II}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_{II}}}$$

$$\dot{q} = \frac{25 - (-5)}{\frac{1}{20} + \frac{40 \cdot 10^{-2}}{0,87} + \frac{10 \cdot 10^{-2}}{0,05} + \frac{5 \cdot 10^{-2}}{1} + \frac{1}{10}}$$

$$\Rightarrow \dot{q} = 11,4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Temperatura na spoljašnjoj površini cigle računa se na osnovu:

$$\dot{q} = \frac{t_I - t_1}{\frac{1}{\alpha_1}}$$

$$t_1 = t_I - \dot{q} \frac{1}{\alpha_1} = 25 - 11,4 \cdot \frac{1}{20} \Rightarrow t_1 = 24,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$